

**Session 2006**

**MAT-06-PG2**

*Repère à reporter sur la copie*

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES**

**Vendredi 12 mai 2006 - de 8h 30 à 11h 30**  
**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**MATHÉMATIQUES**

**Durée : 3 heures**  
**Coefficient : 3**  
**Note éliminatoire 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 9 pages, numérotées de 1/9 à 9/9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

***L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.***

***L'usage de la calculatrice est interdit.***

***N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

***Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.***

### **EXERCICE 1** (4 points)

1) Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : AC = 3,5 cm et BC = 12,5 cm.  
Calculer la longueur AB.

2)  $a$  et  $b$  étant deux nombres entiers, résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} a + b = 36 \\ a - b = 4 \end{cases}$$

Calculer  $a^2 - b^2$  puis  $\sqrt{a^2 - b^2}$ .

Déduire des réponses obtenues les dimensions d'un triangle ABC, rectangle en A, tel que AB = 12 cm et tel que AC et BC s'expriment à l'aide de nombres entiers. Justifier.

3) a. Donner toutes les décompositions possibles de 144 sous la forme d'un produit de deux entiers naturels.

b. En déduire quatre couples d'entiers naturels non nuls, solutions de l'équation  $a^2 - b^2 = 144$ . Justifier.

### **Question complémentaire** (4 points)

#### **A) Première situation**

Un enseignant donne à ses élèves la consigne suivante : « *Trouvez deux nombres entiers tels que leur somme soit égale à 49 et leur différence soit égale à 3.* »

Les élèves peuvent disposer de leur calculatrice mais doivent écrire les calculs avant de les effectuer.

1) Selon la typologie proposée par les documents d'accompagnement des programmes (cf. extrait en annexe 3), où classer ce problème ? Justifier la réponse.

2) Citer deux compétences que les élèves peuvent travailler dans ce problème. (cf. annexe 4)

3) Citer deux difficultés que les élèves peuvent rencontrer en essayant de résoudre ce problème. Pour chacune d'elles, quelle aide peut envisager l'enseignant ?

#### **B) Deuxième situation**

Après une première phase de mise en commun, l'enseignant propose un nouvel énoncé :

« *Trouvez deux nombres entiers tels que leur somme soit égale à 43 et leur différence soit égale à 17.* »

Il précise : « *Vous devez expliquer par écrit comment vous faites pour trouver les deux nombres. Vous cherchez d'abord seul puis avec votre voisin.* »

1) En quoi ce deuxième problème diffère-t-il du premier ?

2) Quel est le rôle de la phase individuelle ? De la phase en groupe de deux ?

3) Dans quel but l'enseignant demande-t-il aux élèves d'« expliquer par écrit » ?

## EXERCICE 2 (4 points)

On considère un triangle équilatéral ABC de 10 cm de côté.

Par le sommet A, on mène la parallèle à la droite (BC).

Sur cette droite, de part et d'autre du point A, on place les points E et F, tels que  $AE = AF = x$  et tels que les droites (BF) et (CE) se coupent à l'intérieur du triangle ABC, en un point que l'on appelle I.

On appelle J le quatrième sommet du parallélogramme EIFJ.

1. Construire la figure à la règle graduée et au compas. **On laissera apparents les traits de construction.**
2. On appelle (d) la médiatrice du segment [BC].
  - a. Montrer que E et F sont symétriques par rapport à (d).
  - b. En déduire que I appartient à (d), puis que le quadrilatère EIFJ est un losange.
3. On appelle H le milieu du segment [BC].
  - a. Calculer la longueur AH.
  - b. Démontrer que  $\frac{IA}{IH} = \frac{x}{5}$ .
  - c. Démontrer que  $AI = \frac{5x\sqrt{3}}{5+x}$ .

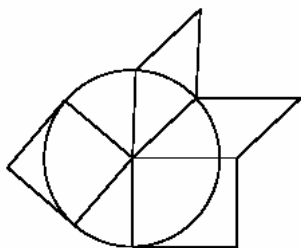
## Question complémentaire (4 points)

Voici deux exercices extraits de l'évaluation nationale à l'entrée en 6<sup>ème</sup> de 2004 (*Direction de l'évaluation et de la Prospective, Ministère de l'éducation nationale*).

Les élèves disposaient des instruments : règle graduée, équerre et compas.

### Exercice 16

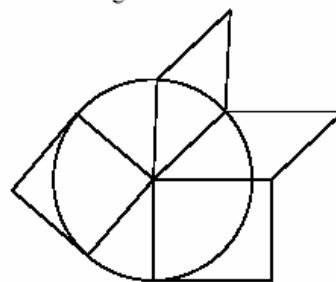
Observe attentivement la figure suivante.



Repasse, en couleur, les côtés d'un losange de cette figure.

### Exercice 25

Observe attentivement la figure suivante.



Repasse, en couleur, les côtés d'un carré de cette figure.

Vous trouverez dans **l'annexe 1** les réponses de quatre élèves A, B, C, D à ces deux exercices.

- a. Quelles sont les connaissances mathématiques évaluées dans ces deux exercices ?
- b. Décrire deux procédures qu'un élève de fin de cycle 3 peut mettre en œuvre pour répondre à ces questions.
- c. Analyser (procédures, erreurs, réussite) les réponses des quatre élèves A, B, C et D présentées en **annexe 1**.

### **EXERCICE 3** (4 points)

Deux échelles de repérage de la température sont principalement utilisées : l'échelle Celsius et l'échelle Fahrenheit.

La température de la glace fondante correspond à 0 degré Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) et à 32 degrés Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ).

La température d'ébullition de l'eau correspond à  $100^{\circ}\text{C}$  et à  $212^{\circ}\text{F}$ .

Les deux échelles sont régulières.

- 1) Reproduire sur la copie sous forme d'un schéma le tube de thermomètre figurant à l'**annexe 2**.

Sur la partie gauche sont indiquées les graduations de l'échelle Celsius de 10 en 10, entre  $-50^{\circ}\text{C}$  et  $100^{\circ}\text{C}$ .

- a. Indiquer, à droite du tube, les valeurs correspondantes de l'échelle Fahrenheit. Expliciter votre démarche.
- b. Existe-t-il une relation de proportionnalité entre les deux suites de nombres figurant sur votre dessin (échelle Fahrenheit et échelle Celsius) ? Justifier.

- 2) Soit  $t$  la valeur en  $^{\circ}\text{C}$  d'une température, et  $T$  la valeur en  $^{\circ}\text{F}$  de la même température. On admet qu'il existe entre  $T$  et  $t$  une relation de la forme  $T = a t + b$

Montrer que :  $T = 1,8 t + 32$ .

- 3) Le thermomètre indique  $25^{\circ}\text{C}$ .

a. Calculer la valeur correspondante en  $^{\circ}\text{F}$ .

b. Expliquez comment vous pouvez vérifier ce résultat sur votre dessin.

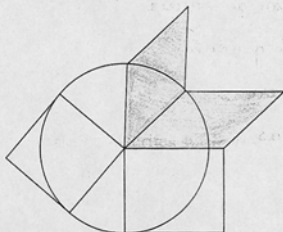
- 4) Calculer la température à laquelle les deux échelles donnent la même valeur. Vérifier ce résultat sur le dessin.

# ANNEXE 1

## Elève A

### Exercice 16

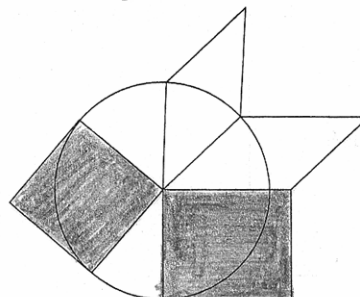
Observe attentivement la figure suivante.



Repasse, en couleur, les côtés d'un losange de cette figure.

### Exercice 25

Observe attentivement la figure suivante.

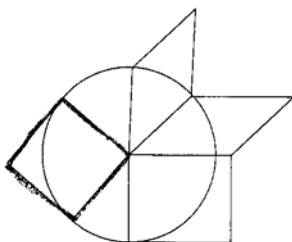


Repasse, en couleur, les côtés d'un carré de cette figure.

## Elève B

### Exercice 16

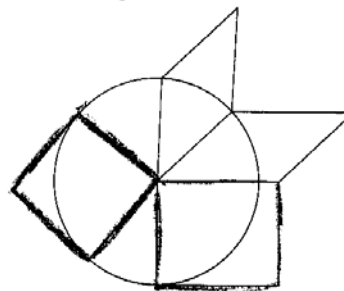
Observe attentivement la figure suivante.



Repasse, en couleur, les côtés d'un losange de cette figure.

### Exercice 25

Observe attentivement la figure suivante.

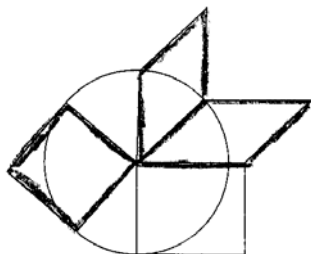


Repasse, en couleur, les côtés d'un carré de cette figure.

## Elève C

### Exercice 16

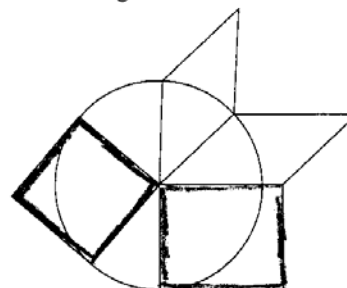
Observe attentivement la figure suivante.



Repasse, en couleur, les côtés d'un losange de cette figure.

### Exercice 25

Observe attentivement la figure suivante.



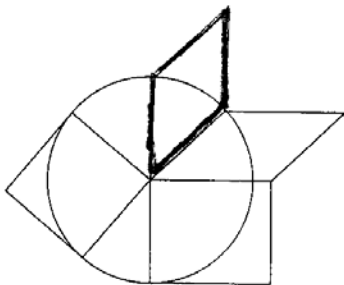
Repasse, en couleur, les côtés d'un carré de cette figure.

## ANNEXE 1 (suite)

Elève D

### Exercice 16

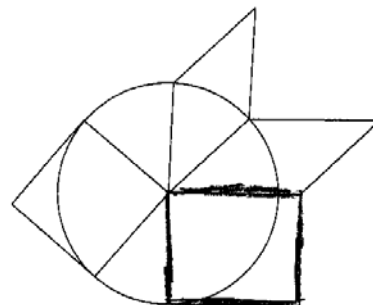
Observe attentivement la figure suivante.



Repasse, en couleur, les côtés d'un losange de cette figure.

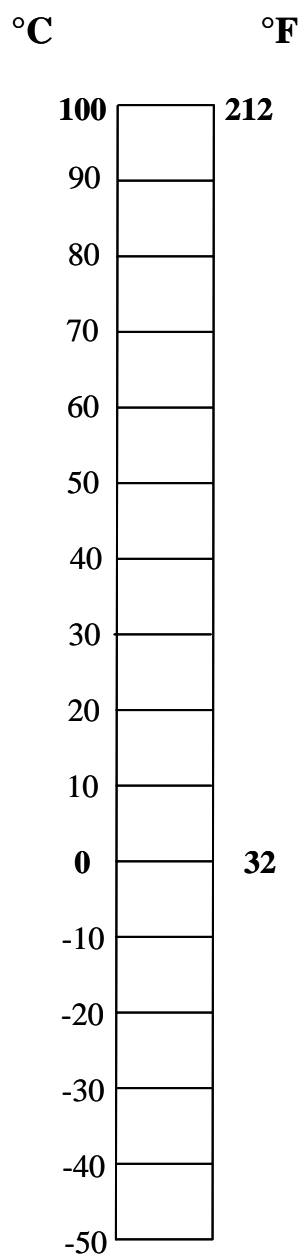
### Exercice 25

Observe attentivement la figure suivante.



Repasse, en couleur, les côtés d'un carré de cette figure.

## ANNEXE 2



Extrait des *Documents d'accompagnement des programmes, Mathématiques*, CNDP, 2005.

## **Plusieurs fonctions pour la résolution de problèmes**

Quatre types de problèmes sont évoqués et peuvent être associés à des objectifs d'apprentissage différents :

- problèmes dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance ;
- problèmes destinés à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer ;
- problèmes plus complexes que les précédents dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances ;
- problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher : en général, pour résoudre ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte.

Dans ce dernier cas, nous parlons de « problèmes pour chercher » alors que dans les précédents nous parlions de « problèmes pour apprendre », en soulignant l'aspect réducteur de ces dénominations, puisque, dans tous les cas, l'élève mobilise des connaissances et se trouve placé en situation de recherche.



## ANNEXE 4

Extrait des programmes pour l'école primaire. Cycle 3

### **COMPÉTENCES DEVANT ÊTRE ACQUISES EN FIN DE CYCLE**

(...).

Des compétences générales sont à l'œuvre dans l'ensemble des activités mathématiques et doivent être acquises en fin de cycle :

- utiliser ses connaissances pour traiter des problèmes,
- chercher et produire une solution originale dans un problème de recherche, mettre en œuvre un raisonnement, articuler les différentes étapes d'une solution,
- formuler et communiquer sa démarche et ses résultats par écrit et les exposer oralement,
- contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution,
- identifier des erreurs dans une solution en distinguant celles qui sont relatives au choix d'une procédure de celles qui interviennent dans sa mise en œuvre,
- argumenter à propos de la validité d'une solution.

#### **Exploitation de données numériques**

##### **Problèmes relevant des quatre opérations**

- résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées.

(...)