

Session 2006

MAT-06-PG4

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Vendredi 12 mai 2006 - de 8h 30 à 11h 30
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 8 pages, numérotées de 1/8 à 8/8. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé : Calculatrice électronique de poche y compris calculatrice programmable et alphanumérique ou à écran graphique à fonctionnement autonome non imprimante (cf. circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au B.O n° 42).

Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.

Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

EXERCICE 1 (4 points)

- 1) Convertir les durées suivantes en secondes :
 - a. deux tiers d'heure.
 - b. 1,2 heure.
- 2) Convertir les durées suivantes en heures, minutes et secondes :
 - a. 5532 secondes.
 - b. 1,87 heure.
- 3) Quelle durée faut-il à la grande aiguille d'une montre pour parcourir un angle de 54° ?
- 4) Depuis sa position initiale à midi pile, la petite aiguille d'une montre a parcouru un angle de 68° . Quelle est la nouvelle heure indiquée?
- 5) Arnaud part de Paris à 23h00 pour Rio de Janeiro. Son avion se pose à Houston à 03h00 (heure locale) pour une escale d'une heure. Le vol entre Houston et Rio de Janeiro dure 10 heures.
Houston est à l'ouest de Paris et il y a 7 heures de décalage horaire entre ces deux villes.
Rio de Janeiro est à l'est de Houston et il y a 3 heures de décalage horaire entre ces deux villes.
 - a. Quelle est la durée du vol entre Paris et Houston ?
 - b. À quelle heure (heure locale) Arnaud arrive-t-il à Rio de Janeiro ?

Question complémentaire (4 points)

L'énoncé de problème suivant a été proposé à des élèves dont la production est en annexe 1.

« Je suis parti à neuf heures moins dix ; je suis arrivé à 10h40. Quelle a été la durée de mon parcours ? Explique comment tu as trouvé. »

- 1) Indiquer le cycle et le niveau de classe auxquels cet énoncé peut être proposé.
- 2) Quelles raisons didactiques ont pu motiver le choix des heures et de leurs expressions retenu dans l'énoncé ?
- 3) Pour chacune des productions d'élèves reproduites dans *l'annexe 1*, décrire la procédure utilisée et analyser les erreurs éventuellement commises en formulant des hypothèses sur leurs origines.
- 4) Quels supports et/ou outils peuvent aider à la résolution de cet exercice ?

EXERCICE 2 (4 points)

- 1) Pour cette question, tracer sur la copie une figure ressemblant à celle de l'annexe 2.
Il ne s'agit pas de reproduire exactement cette figure mais d'en respecter la forme et la disposition.
Construire à la règle et au compas les symétriques A', B' et C' des points A, B et C par rapport à la droite (OI) **en laissant apparents les traits de construction.**
Construire à la règle et au compas les symétriques A'', B'' et C'' des points A', B' et C' par rapport à la droite (OJ) **en laissant apparents les traits de construction.**
- 2) À partir de l'observation de la figure obtenue, donner un argument montrant qu'il n'existe pas de symétrie axiale qui transforme les trois points A, B et C en A'', B'' et C'' .
- 3) Montrer que l'angle $\widehat{BOB''}$ vaut le double de l'angle \widehat{IOJ} .
- 4) Quelle est la transformation du plan qui transforme le triangle ABC en $A''B''C''$? Justifier la réponse.

Question complémentaire (4 points)

Les documents des annexes 3, 4 et 5 sont extraits de « *Donner du sens aux mathématiques : tome 1* », M. Fénelon, M. Pauvert, N. Pfaff, Bordas Pédagogie, 2004.

1. Questions concernant la séance 1 (Voir annexe 3 et annexe 4)

L'objectif de la séance 1 est une approche perceptive de la symétrie par rapport à une droite.

- a. Dans quel cycle cette séance peut-elle être proposée ?
- b. Dans la phase 2, pourquoi les élèves « *ne disposent-ils d'aucun matériel* » ?
- c. Dans la phase 3, il est indiqué que « *cette mise en commun doit faire apparaître des arguments pour dire à quelle condition on obtient un papillon* ». Selon vous quels arguments le maître souhaite-t-il mettre en valeur ?
- d. Dans la phase 4, comment les élèves peuvent-ils valider les réponses obtenues après la mise en commun ?

2. Questions concernant la séance 2 (Voir annexe 3 et annexe 5)

L'objectif de la séance 2 est d'apprendre à identifier le symétrique d'une figure donnée en utilisant un papier translucide.

Dans une première phase, le maître laisse les élèves travailler de manière individuelle sur la situation donnée.

- a. En quoi cette situation peut-elle montrer les limites des arguments utilisés lors de la séance 1 pour reconnaître les figures symétriques ?
- b. Donner une procédure de validation adaptée à cette situation.

EXERCICE 3 (4 points)

- 1) Ecrire l'égalité caractéristique traduisant la division euclidienne de 1001 par 11.
- 2) Soit $\overline{mcd u}$ un nombre à 4 chiffres écrit en base dix. Vérifier que $\overline{mcd u} = 1001 \times m + 99 \times c + 11 \times d - m + c - d + u$.
- 3)
 - a. À partir de la question précédente, énoncer et démontrer un critère de divisibilité par 11 pour les nombres inférieurs à 9999 (condition nécessaire et suffisante).
 - b. Utiliser ce critère pour trouver trois nombres de quatre chiffres multiples de 11 ayant 38 centaines.
- 4)
 - a. Montrer que le critère de la question précédente s'applique aussi aux nombres à 6 chiffres qu'on notera $\overline{abmcd u}$.
 - b. Utiliser alors ce critère pour déterminer si le nombre $1,2452 \times 10^{11}$ est divisible par 11. Justifier la réponse.

**ANNEXE 1 :
Productions d'élèves**

Exercice 8 : je suis parti à neuf heures moins dix ; je suis arrivé à 10 h 40. Quelle a été la durée de mon parcours ? Explique comment tu as trouvé.

Mélanie :

$$9h + 10m + 1h + 40m = 1h 50$$

Exercice 8 : je suis parti à neuf heures moins dix ; je suis arrivé à 10 h 40. Quelle a été la durée de mon parcours ? Explique comment tu as trouvé.

Thomas :

$$\text{Il a mit } 30 \text{ min} \cdot 10h40 - 9h50 = 30m$$

Exercice 8 : je suis parti à neuf heures moins dix ; je suis arrivé à 10 h 40. Quelle a été la durée de mon parcours ? Explique comment tu as trouvé.

Sabrina :

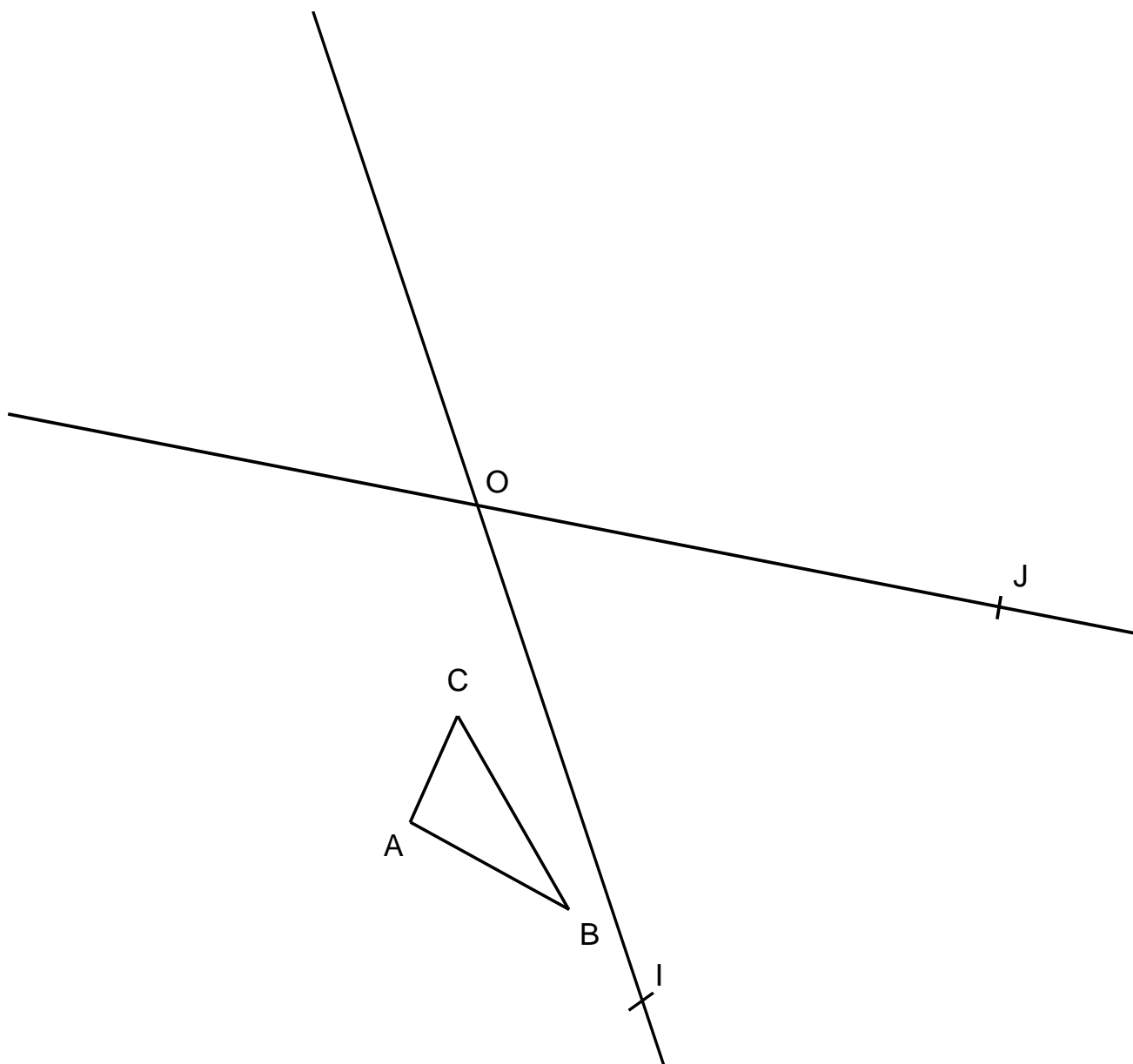
j'ai trouvé en ajoutant 10+40
j'ai parcourus 50 mètre

Exercice 8 : je suis parti à neuf heures moins dix ; je suis arrivé à 10 h 40. Quelle a été la durée de mon parcours ? Explique comment tu as trouvé.

Kevin :

$$\begin{array}{r} 9 \\ 10 \\ 10 \\ 40 \\ \hline 69 \end{array} \quad 9h69$$

ANNEXE 2 :



ANNEXE 3 :

Les papillons (extrait de description de séances successives)

Séance 1 : (Voir « les papillons : annexe 4 »).

Phase 1 : Des photos et des représentations de papillons sont affichées au mur. Les élèves sont invités à décrire pour un papillon les ressemblances, les différences (travail collectif).

Phase 2 : Chaque élève reçoit deux feuilles photocopiées sur lesquelles sont représentées six moitiés de papillons.

Les élèves ne disposent d'aucun matériel.

Sur une feuille, six moitiés gauches de papillons sont numérotées de 1 à 6.

Sur l'autre feuille, six moitiés droites de papillons sont identifiées par des lettres allant de A à F.

La tâche des élèves est d'associer les deux moitiés formant un papillon (travail individuel).

Pour cela les élèves inscrivent, dans un tableau, la lettre correspondant à chaque numéro.

Numéro correspondant à la moitié gauche du papillon	Lettre correspondant à la moitié droite du papillon
1	
2	
3	
4	
5	
6	

Phase 3 : Mise en commun.

Les résultats trouvés sont proposés à la discussion. Il s'agit non pas de faire ressortir la bonne réponse, mais de mettre en évidence, s'il y a lieu, les contradictions entre élèves.

Cette mise en commun doit faire apparaître des arguments pour dire à quelle condition on obtient un papillon.

Phase 4 : Phase de validation.

Phase 5 : Phase d'institutionnalisation. Le maître fait ressortir les éléments importants de la séance et les dicte aux élèves.

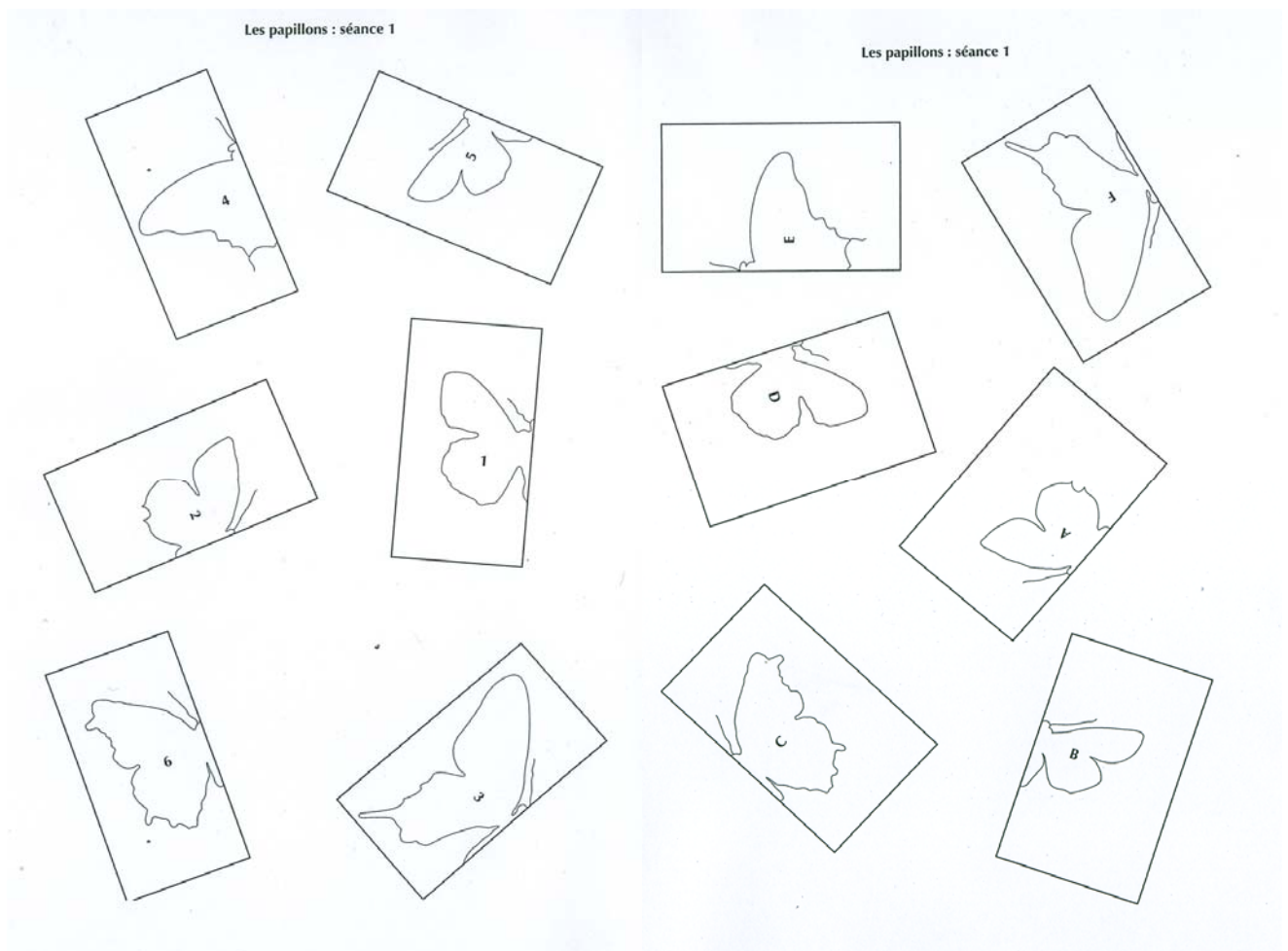
Séance 2 : (Voir « les papillons : annexe 5 »).

Matériel (par élève) :

- Une paire de ciseaux.
- Une feuille de papier assez fin sur laquelle sont représentées une moitié gauche de papillon et six moitiés droites de papillon.

La tâche des élèves est de déterminer, parmi les six moitiés droites, celle qui correspond à la moitié gauche du papillon (travail individuel).

ANNEXE 4 :
Les papillons (séance 1)



ANNEXE 5 :
Les papillons (séance 2)

