

**Session 2007**

**MAT-07-PG1**

*Repère à reporter sur la copie*

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES**

**Vendredi 04 mai 2007 - de 8h 30 à 11h 30**  
**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**MATHÉMATIQUES**

**Durée : 3 heures**  
**Coefficient : 3**  
**Note éliminatoire 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 6 pages, numérotées de 1/6 à 6/6. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

***L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.***

***L'usage de la calculatrice est autorisé.***

***N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

***Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.***

**EXERCICE 1** : (3 points)

On justifiera toutes les réponses.

- 1) Peut-on trouver trois nombres entiers naturels consécutifs dont la somme est 207 ?  
Si oui, lesquels ?
- 2) Peut-on trouver trois nombres entiers naturels consécutifs dont la somme est 329 ?  
Si oui, lesquels ?
- 3) Caractériser les entiers naturels qui sont la somme de trois entiers consécutifs.
- 4) Déterminer toutes les valeurs possibles de  $d$  (avec  $0 \leq d \leq 9$ ) pour que le nombre dont l'écriture est  $\overline{47d5}$ , en base 10, soit la somme de trois entiers naturels consécutifs.

**Question complémentaire** (5 points)

- 1) Un enseignant a demandé à ses élèves de cycle 3 d'écrire trois nombres entiers qui se suivent. Tous les élèves ont su répondre à cette question. L'enseignant leur a ensuite posé l'exercice suivant :

*« Je pense à trois nombres entiers qui se suivent.  
Lorsque je les additionne, je trouve 51. Quels sont ces nombres ? »*

L'annexe 1 comporte 3 productions d'élèves.

Décrire les procédures utilisées par les élèves, repérer et analyser les erreurs.

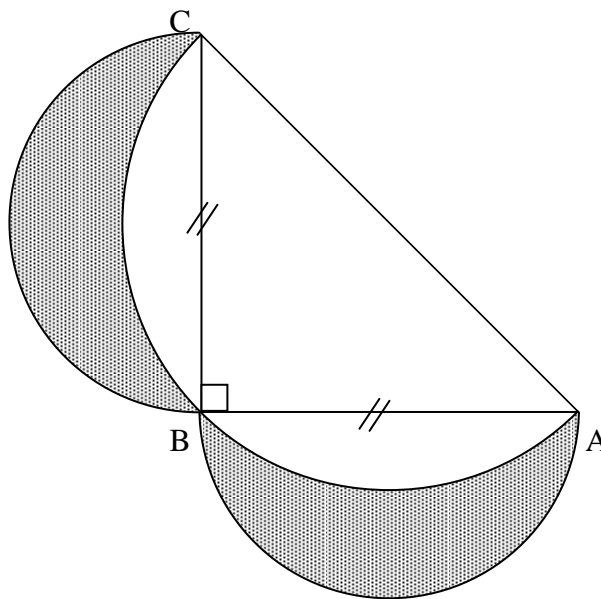
- 2) Après une phase collective de mise en commun des productions d'élèves, l'enseignant répète la même consigne avec les nombres 72, 54 et 91 et en autorisant la calculatrice. Citer deux objectifs qui peuvent être visés par le professeur.
- 3) L'enseignant demande ensuite aux élèves de chercher, avec l'aide de la calculatrice, pour chacun des nombres 51, 72, 54, 91, si on peut l'écrire comme le produit d'un nombre entier par 3.
  - a) Quel est l'objectif de cette dernière activité ?
  - b) Justifier l'emploi de la calculatrice.

**EXERCICE 2** : (2 points)

La figure ci-dessous est composée :

- d'un triangle isocèle  $ABC$ , rectangle en  $B$ ,
- et de trois demi-cercles ayant ses côtés pour diamètres.

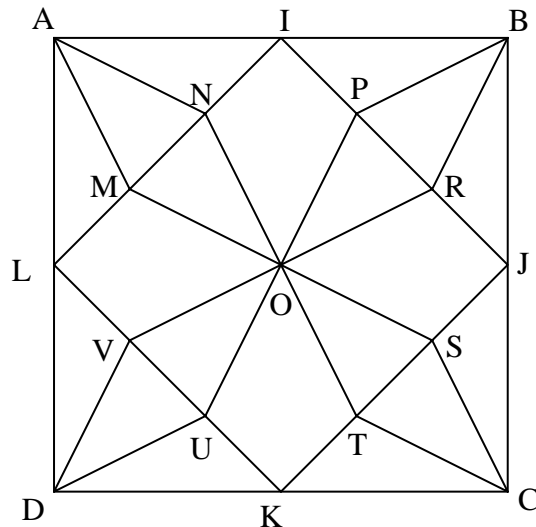
- 1) A l'aide de la règle et du compas, reproduire cette figure (laisser apparents les traits de construction).
- 2) Sachant que  $AC = 7$  cm, calculer l'aire totale des surfaces grisées (au  $\text{mm}^2$  près).



### **EXERCICE 3** : (4 points)

On donne les informations suivantes à propos de la figure ci-dessous :

- ABCD est un carré de 6 cm de côté ;
- les points I, J, K, L sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD], [DA] ;
- les points M et N appartiennent au segment [IL] et sont tels que les longueurs LM, MN, NI sont égales ;
- les points P, R, S, T, U, V sont placés de manière analogue sur les segments [IJ], [JK], [KL].
- le point O est le centre du carré ABCD.



1) Sans justifier les réponses :

- a) citer les axes de symétrie de cette figure,
- b) nommer l'image du triangle DUK par la symétrie de centre O.

2) En justifiant les réponses :

- a) déterminer la nature du triangle AIL,
- b) calculer la longueur LM. Vérifier qu'on peut écrire le résultat sous la forme  $\sqrt{a}$  cm, où  $a$  est un nombre entier,
- c) déterminer la nature du quadrilatère IJKL.

3) On envisage de tracer la figure sur un quadrillage dont les côtés des carreaux mesurent 1 cm. Cela faciliterait-il le placement des points M et N sur le segment [LI] ? Pourquoi ?

4) Montrer que l'aire du carré ABCD est le double de l'aire du quadrilatère IJKL.

5) Les aires des triangles ALM, AMN, ANI sont-elles égales ? Justifier.

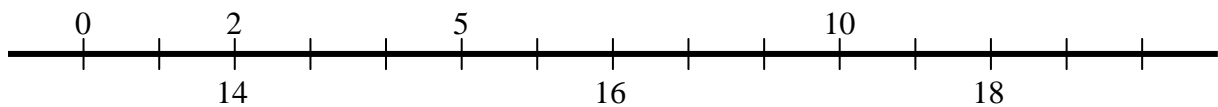
### **Question complémentaire** (3 points)

- 1) Quand on demande à des élèves de reproduire la figure précédente sur quadrillage, on peut utiliser différents papiers quadrillés : le papier millimétré, le papier à petits carreaux (côté d'un carreau 5 mm), le papier « à grands carreaux » (côté d'un carreau 8 mm). Indiquer, pour chacun de ces types de quadrillage, en quoi il facilite ou non la tâche de l'élève.

- 2) Des pré-requis seraient nécessaires si on demandait à des élèves d'effectuer le tracé de cette figure sans quadrillage. En citer trois.
- 3) Donner une procédure permettant à un élève de cycle 3 de justifier que l'aire du carré ABCD est égale au double de l'aire du quadrilatère IJKL.

**EXERCICE 4** : (3 points)

Dans la figure ci-après se trouvent deux graduations régulières d'une même droite, l'une au dessus (appelée ici graduation supérieure), l'autre en dessous (appelée ici graduation inférieure). Par exemple, le nombre 2 de la graduation supérieure correspond au nombre 14 de la graduation inférieure.



- 1) Quel est le nombre de la graduation inférieure correspondant au nombre 12 sur la graduation supérieure ?

Pour les questions suivantes, les réponses seront **justifiées**.

- 2) Quel est le nombre de la graduation inférieure correspondant au nombre 2007 sur la graduation supérieure ?
- 3) Quel est le nombre de la graduation supérieure correspondant au nombre 0 sur la graduation inférieure ?
- 4) On appelle  $x$  un nombre de la graduation supérieure et  $y$  le nombre correspondant sur la graduation inférieure. La correspondance entre  $x$  et  $y$  est donnée par l'égalité  $x = a y + b$ . Déterminer  $a$  et  $b$ .

ANNEXE 1

recherche					conclusion
$\begin{array}{r} 20 \\ +21 \\ +22 \\ \hline 63 \end{array}$	$\begin{array}{r} 12 \\ +13 \\ +14 \\ \hline 39 \end{array}$	$\begin{array}{r} 13 \\ +14 \\ +15 \\ \hline 42 \end{array}$	$\begin{array}{r} 17 \\ +18 \\ +19 \\ \hline 54 \end{array}$	$\begin{array}{r} 16 \\ +17 \\ +18 \\ \hline 51 \end{array}$	<p>Les nombres sont 16, 17, 18</p>
					Elève A

recherche		conclusion
$\begin{array}{r} 51 \\ 21 \overline{) 3} \\ \hline 0 \end{array}$ <p>Je divise 51 par trois. Je fais plusieurs essais. Je trouve</p> <p>Pour <math>47+46+45</math> il manque 3 je rajoute trois à quinze et je trouve 51.</p>	$\begin{array}{r} 17 \\ +16 \\ +15 \\ \hline 48 \end{array}$ <p>il manque 3</p> $\begin{array}{r} 18 \\ +17 \\ +16 \\ \hline 51 \end{array}$ <p>Je rajoute 3 à quinze et je trouve 18</p>	<p>c'est nombre sont 16, 17, 18</p>
		Elève B

recherche		conclusion
$\begin{array}{r} 19 \\ +20 \\ +21 \\ \hline 60 \end{array}$ $\begin{array}{r} 10 \\ +11 \\ +12 \\ \hline 33 \end{array}$ $\begin{array}{r} 15 \\ +16 \\ +17 \\ \hline 48 \end{array}$ $\begin{array}{r} 16 \\ +17 \\ +18 \\ \hline 51 \end{array}$ $\begin{array}{r} 18 \\ +19 \\ +20 \\ \hline 57 \end{array}$	<p>18</p> <p>Nous n'avons pas trouvé</p>	<p>Elève C</p>