

Session 2007

MAT-07-PG5

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Vendredi 04 mai 2007 - de 8h 00 à 11h 00
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire : 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 11 pages, numérotées de 1/11 à 11/11. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

EXERCICE 1 (4 points)

a, b, c désignent trois chiffres distincts et différents de 0.

A cet ensemble de trois chiffres, on associe la famille des six nombres à trois chiffres qui s'écrivent en utilisant une fois le chiffre a , une fois le chiffre b et une fois le chiffre c .

Par exemple, aux trois chiffres 2, 5 et 7, on associe la famille constituée des six nombres suivants : 257, 275, 527, 572, 725 et 752.

On appelle S la somme des six nombres de la famille et M leur moyenne.

- 1) Calculer S et M correspondant à la famille donnée dans l'exemple ci-dessus.
- 2) Montrer que dans le cas général on a : $M = 37(a + b + c)$.
- 3) Trouver tous les ensembles de trois chiffres distincts et différents de 0 qui permettent de former une famille dont la moyenne M des six nombres vaut 370.

EXERCICE 2 (4 points)

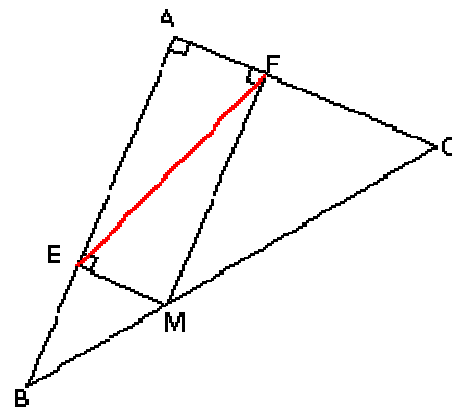
On considère un triangle ABC rectangle en A .

On donne : $AB = 8$ cm et $AC = 6$ cm.

M est un point quelconque de l'hypoténuse $[BC]$.

La perpendiculaire à la droite (AB) passant par M coupe le segment $[AB]$ en E .

La perpendiculaire à la droite (AC) passant par M coupe le segment $[AC]$ en F .



On fait varier la position du point M sur le segment $[BC]$.

L'objectif du problème est de trouver la plus petite valeur que peut prendre la longueur EF .

- 1) En annexe 1, on a représenté graphiquement à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, la longueur EF en fonction de la longueur BM en faisant varier les positions du point M . A partir de ce graphique, donner une valeur approchée de la longueur minimale prise par la longueur EF .
- 2) L'objectif de cette question est de déterminer la position du point M pour laquelle la longueur EF est minimale.
 - a) Démontrer que, quelle que soit la position du point M sur le segment $[BC]$, le quadrilatère $AEMF$ est un rectangle. En déduire que $AM = EF$.
 - b) En déduire la position du point M pour que la distance EF soit minimale.
- 3)
 - a) Calculer la longueur BC .
 - b) Calculer l'aire du triangle ABC .
 - c) En déduire la valeur minimale prise par la longueur AM puis par la longueur EF .

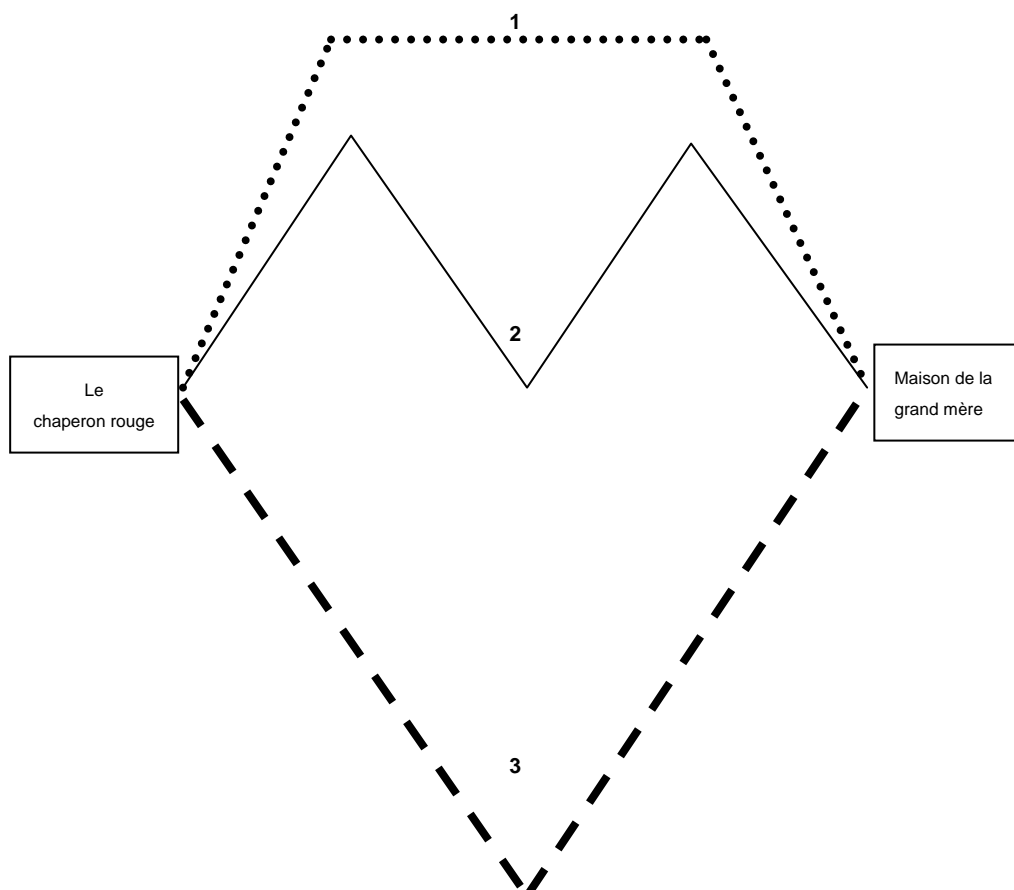
Question complémentaire (8 points)

PARTIE 1

La situation mathématique ci-dessous a été proposée à des élèves de Grande Section.

Après avoir raconté l'histoire du *Petit chaperon rouge* à ses élèves, l'enseignante a tracé trois chemins à la craie sur le sol de la cour de récréation. Ces chemins sont représentés dans la figure ci-dessous.

Elle a expliqué aux élèves : « *Le petit chaperon rouge veut rejoindre la maison de sa grand-mère. Elle peut choisir entre trois chemins mais lequel est le plus court ?* »



Le chemin 1 est représenté par une ligne brisée constituée de trois segments de même longueur.

Le chemin 2 est représenté par une ligne brisée constituée de quatre segments de même longueur.

Le chemin 3 est représenté par une ligne brisée constituée de deux segments de même longueur.

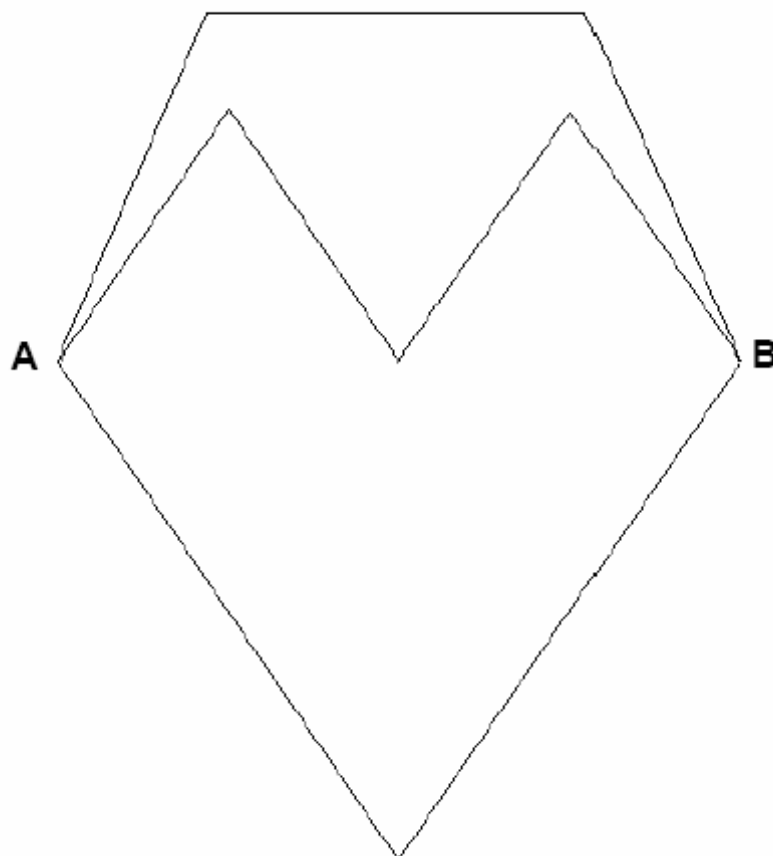
Les élèves observent les tracés et s'expriment.

- Certains pensent que c'est le chemin 1 car « *c'est le plus court, ça se voit !* ». On appelle A le groupe constitué de ces élèves.
- D'autres préfèrent le chemin 2 car « *les morceaux sont petits alors que dans les autres, les morceaux sont grands...* ». On appelle B ce groupe d'élèves.
- D'autres élèves encore choisissent le chemin 3 car « *il y a moins de morceaux que dans les deux autres chemins !* ». On appelle C ce groupe d'élèves.
- Enfin les autres enfants n'ont pas d'idée précise.

- 1) A l'aide de l'extrait des programmes reproduit en annexe 2, citer la compétence travaillée dans cette activité.
- 2) Pour chaque groupe d'élèves A, B et C, décrire la procédure utilisée pour répondre à la question de l'enseignante.
- 3) Proposer une aide matérielle que l'enseignante pourrait fournir à ses élèves de Grande Section de maternelle pour qu'ils puissent valider ou invalider leur réponse. Argumenter la proposition.

PARTIE 2

L'exercice ci-dessous est extrait de l'évaluation nationale CE2 de septembre 2005.



Pour aller de A à B, on a dessiné 3 chemins.

Trois enfants regardent la figure et cherchent le chemin le plus court.

Ils ne sont pas d'accord.

Carine dit : « Le plus court, c'est de passer par en haut. »

Jessica dit : « Moi, je pense que le chemin le plus court, c'est celui du bas ! »

Eric ajoute : « Vous avez tort toutes les deux. C'est le chemin du milieu le plus court ! »

Qui a raison ?

C'est

Pourquoi ?.....

- 4) A l'aide de l'extrait des programmes reproduit en annexe 2, citer deux compétences de fin de cycle 2 évaluées dans cet exercice ?
- 5) On a retranscrit ci-dessous les réponses données, lors de cette évaluation nationale, par quatre élèves.

Jeanne : « c'est Jessica car en bas il y a deux lignes et c'est plus court »

Marion : « c'est Carine, les deux autres font 18 alors que celui du haut fait 15 »

Tristan : « c'est Eric parce que les triangles c'est plus petit qu'un grand triangle ou qu'un grand carré »

Cathy : « c'est Carine, parce que le trait mesure 5 cm, le deuxième 5 cm, le troisième 5 cm donc il mesure 15 et les autres Jessica 16 et Eric 16 »

Pour chacun de ces élèves, décrire la procédure qui semble être utilisée puis analyser les erreurs éventuelles.

PARTIE 3

L'annexe 3 reproduit un exercice extrait de l'évaluation nationale à l'entrée en sixième de septembre 1997.

- 6) En vous référant à l'annexe 2, citer deux compétences pouvant être mobilisées pour la résolution de cet exercice.
- 7) Décrire deux procédures qu'un élève de fin de cycle 3 pourrait mettre en œuvre pour réussir cet exercice.
- 8) En annexe 4, trois productions d'élèves ont été reproduites. Pour chacune d'elles, décrire la procédure qui semble être mise en œuvre.

EXERCICE 3 (4 points)

Un groupe de vingt-sept personnes va au théâtre. Les adultes paient 45 € et les enfants paient moitié prix. Leur dépense totale s'élève à 877,50 €

On veut connaître le nombre d'adultes et le nombre d'enfants de ce groupe.

1) Utilisation d'un tableur

- a) En observant la feuille de calcul de l'annexe 5, donner la solution du problème.
- b) Recopier et compléter la ligne 21.
- c) Sachant que la formule entrée dans la cellule B4 est : $=27 - A4$, quelles formules ont pu être écrites dans les cellules C4, D4 et E4 afin d'obtenir les valeurs de la feuille de calcul de l'annexe 5.

2) Résoudre ce problème :

- a) en utilisant une méthode algébrique.
- b) en faisant appel à une démarche arithmétique.

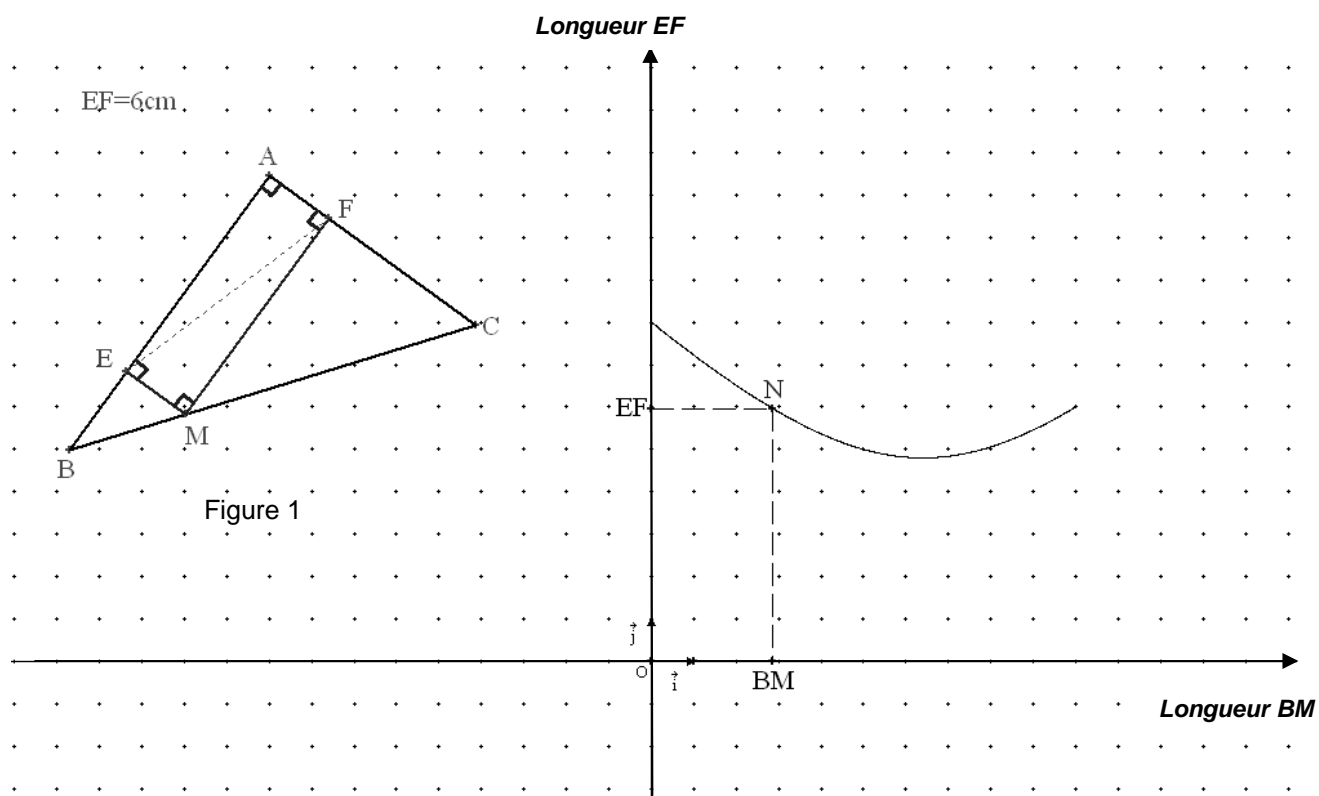
ANNEXE 1

Les représentations ci-dessous ont été élaborées à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

A chaque position du point M , sur la figure 1, est associé le point N dont les coordonnées sont :

- la longueur BM pour l'abscisse
- la longueur EF pour l'ordonnée.

Le logiciel permet de faire varier la position du point M sur le segment $[BC]$ et de tracer point par point la courbe ci-dessous.



ANNEXE 2

Extraits des documents d'application des programmes de mathématiques pour l'école primaire (2002)

Compétences devant être acquises en fin de cycle.

CYCLE 1

COMPÉTENCES RELATIVES AUX FORMES ET AUX GRANDEURS

Être capable de :

- différencier et classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme ;
- reconnaître, classer et nommer des formes simples : carré, triangle, rond ;
- reproduire un assemblage d'objets de formes simples à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides) ;
- comparer, classer et ranger des objets selon leur taille, leur masse ou leur contenance.

CYCLE 2

Longueurs et masses

- comparer des objets selon leur longueur ou leur masse par un procédé direct ou indirect ;
- utiliser une règle graduée en cm pour mesurer ou pour construire un segment ou une ligne brisée ;
- utiliser le mètre ruban ou le mètre de couturière dans une activité de mesurage ;
- utiliser une balance Roberval ou à lecture directe pour comparer des masses, effectuer des pesées simples, ou pour obtenir des objets de masses données ;
- choisir l'unité appropriée pour exprimer le résultat d'un mesurage (cm ou m pour une longueur, kg ou g pour une masse) ;
- connaître les unités usuelles et les relations qui les lient : cm et m, kg et g.

CYCLE 3

Exploitation de données numériques

- résoudre des problèmes en utilisant les connaissances sur les nombres naturels et décimaux et sur les opérations étudiées.
- résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant des raisonnements personnels appropriés (dont des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unités).
- organiser des séries de données (listes, tableaux...).
- lire, interpréter et construire quelques représentations : diagrammes, graphiques.

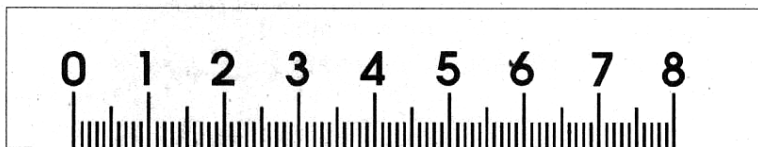
Longueurs, masses, volumes (contenances), repérage du temps, durées

- utiliser des instruments pour mesurer des objets physiques ou géométriques,
- exprimer le résultat d'un mesurage par un nombre ou un encadrement, l'unité (ou les unités) étant imposée(s) ou choisie(s) de façon appropriée,
- lire l'heure sur une montre à aiguilles ou une horloge,
- connaître les unités de mesure des durées (année, mois, semaine, jour, heure, minute, seconde) et leurs relations,
- estimer une mesure (ordre de grandeur),
- construire ou réaliser un objet dont des mesures sont données,
- connaître les unités légales du système métrique pour les longueurs (mètre, ses multiples et ses sous-multiples usités), les masses (gramme, ses multiples et ses sous-multiples usités) et les contenances (litre, ses multiples et ses sous-multiples usités),
- utiliser les équivalences entre les unités usuelles de longueur, de masse, de contenance, et effectuer des calculs simples sur les mesures, en tenant compte des relations entre les diverses unités correspondant à une même grandeur,
- utiliser le calcul pour obtenir la mesure d'une grandeur, en particulier : calculer le périmètre d'un polygone, calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final.

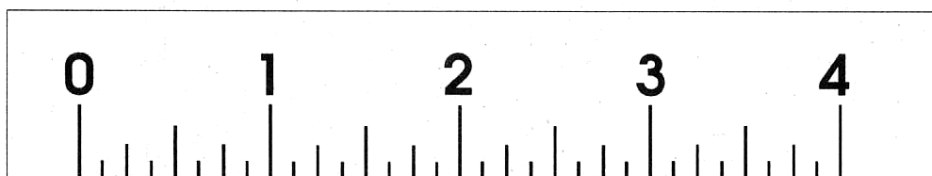
ANNEXE 3

Exercice 26

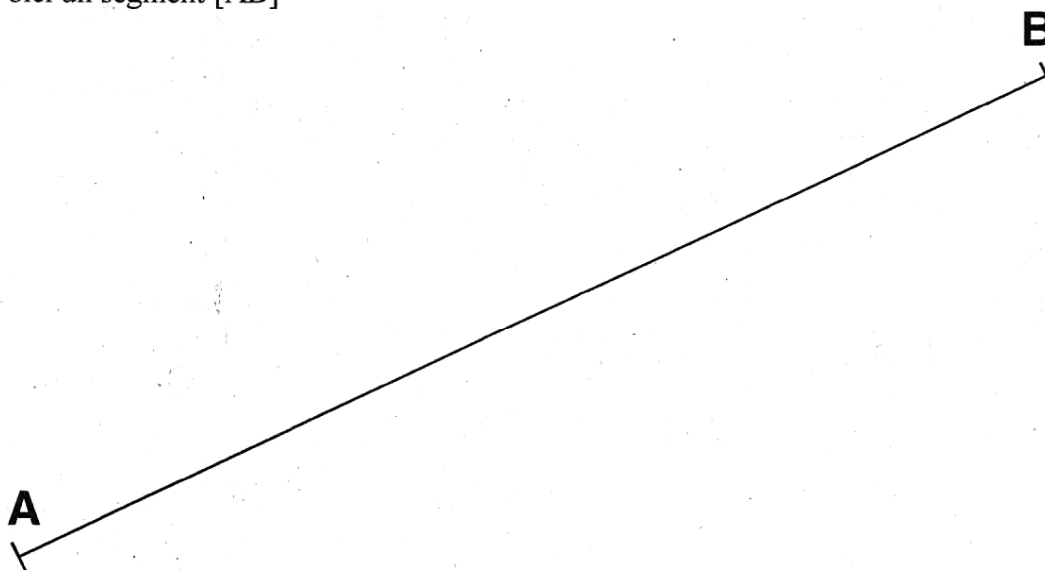
Voici une règle graduée en centimètres.



Voici, une règle graduée en pouces, utilisée parfois par tes camarades anglais.



Voici un segment [AB]



La longueur en pouces du segment [AB] est environ :

- 4 6 8 12 15

- a) Entoure le nombre correspondant à ta réponse.
- b) Ecris, ci-dessous, comment tu as trouvé.

ANNEXE 4

Marion

Transcription du texte de Marion

« J'ai regarder les deux règles j'ai vu que sur la première sa fait 8 et lotre 4 donc j'ai mesuré le segment et je l'ai divisée en 2 se qui me donne 7,5. »

La longueur en pouces du segment [AB] est environ :

4 6 **8** 12 15

a) Entoure le nombre correspondant à ta réponse.
b) Ecris, ci-dessous, comment tu as trouvé.

J'ai regarder les deux règles j'ai vu que sur la première sa fait 8 et lotre 4 donc j'ai mesuré le segment et je l'ai divisée en 2 se qui me donne 7,5.

La longueur en pouces du segment [AB] est environ :

4 **6** 8 12 15

a) Entoure le nombre correspondant à ta réponse.
b) Ecris, ci-dessous, comment tu as trouvé.

j'ai regarder pour 6 comme le font 10,2 alors 2 fait 5,1
j'avais regarder pour 8 mais sa faisait 20,4 cm

$$\begin{array}{r} 10,2 \\ + 5,1 \\ \hline 15,3 \end{array}$$

Ministère de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie — Direction de l'évaluation et de la prospective (DEP)

Anthony

Transcription

du texte
d'Anthony

« J'ai
regarder pour
6. Comme 4
font 10,2 alors
2 faisait 5,1.
J'avais
regarder pour
8 mais sa
faisait 20,4 cm

$$\begin{array}{r} 10,2 \\ + 5,1 \\ \hline 15,3 \end{array}$$

ANNEXE 4 (suite)

Anne-Sophie

La longueur en pouces du segment $[AB]$ est environ :

4

6

8

12

15

a) Entoure le nombre correspondant à ta réponse.

b) Ecris, ci-dessous, comment tu as trouvé.

1 demi pouce est un peu près 1cm j'ai mesuré le segment 15,2
et je l'ai divisé en deux = 8 environ.

Transcription d'Anne Sophie

« 1 demi pouce est un peu près 1cm j'ai mesuré le segment 15,2 et je l'ai divisé en deux = 8 environ. »

ANNEXE 5

	A	B	C	D	E
1	prix d'une place adulte	45			
2					
3	Nombre d'adultes	Nombre d'enfants	Prix payé par les adultes	Prix payé par les enfants	Somme totale dépensée
4	0	27	0	607,50	607,50
5	1	26	45	585	630
6	2	25	90	562,50	652,50
7	3	24	135	540	675
8	4	23	180	517,50	697,50
9	5	22	225	495	720
10	6	21	270	472,50	742,50
11	7	20	315	450	765
12	8	19	360	427,50	787,50
13	9	18	405	405	810
14	10	17	450	382,50	832,50
15	11	16	495	360	855
16	12	15	540	337,50	877,50
17	13	14	585	315	900
18	14	13	630	292,50	922,50
19	15	12	675	270	945
20	16	11	720	247,50	967,50
21	17				
22		9			
23	19	8	855	180	1035
24	20	7	900	157,50	1057,50
25	21	6	945	135	1080
26	22	5	990	112,50	1102,50
27	23	4	1035	90	1125
28					
29	25	2	1125	45	1170
30	26	1	1170	22,50	1192,50
31	27	0	1215	0	1215
32					