

Session 2008

MAT-08-PG4

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Mercredi 30 avril 2008 - de 8h 30 à 11h 30

Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures

Coefficient : 3

Note éliminatoire : 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 8 pages, numérotées de 1/8 à 8/8. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

EXERCICE 1 (3 points)

On cherche tous les nombres entiers naturels de cinq chiffres vérifiant les deux conditions suivantes :

- i) leur écriture décimale n'utilise que deux chiffres différents,
- ii) la somme de leurs cinq chiffres est égale à 11.

- 1) Les chiffres 1 et 3 permettent d'écrire de tels nombres : en donner la liste complète.
- 2) Trouver toutes les autres paires de chiffres possibles pour écrire les nombres cherchés.
- 3) Combien y-a-t-il de nombres entiers de cinq chiffres vérifiant les conditions i) et ii) ?

QUESTION COMPLÉMENTAIRE (4 points)

Le document de **l'annexe 1** présente un problème tiré du numéro Spécial Grand N « Points de départ ». Un professeur des écoles souhaite proposer cette fiche à ses élèves.

- 1) Décrire deux procédures qu'un élève de CM peut utiliser dans le premier cas.
- 2) Donner deux difficultés qu'un élève de CM peut rencontrer dans le premier cas. Pour chacune, proposer une aide adaptée.
- 3) La fiche propose trois cas successifs. Expliquer l'intérêt de la progression choisie.

EXERCICE 2 (3 points)

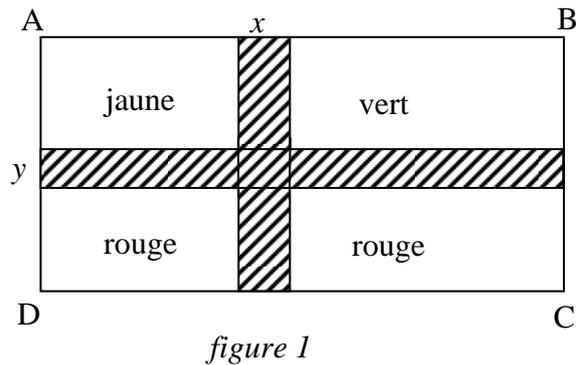
On considère une toile rectangulaire ABCD, de longueur 1,20 m et de largeur 0,84 m, sur laquelle on a tracé une croix à l'aide de deux bandes rectangulaires de largeurs respectives x et y .

Ces bandes sont disposées perpendiculairement aux côtés du rectangle, la bande de largeur x est celle qui est perpendiculaire au segment [AB].

La croix est hachurée et la surface restante S est peinte à l'aide de trois couleurs : vert, jaune et rouge. Cette situation est illustrée par la *figure 1* qui ne respecte pas les proportions.

- 1) Dans cette question, l'aire de la surface peinte en vert représente 35 % de l'aire de la surface peinte S , l'aire de la surface peinte en jaune représente 25 % de l'aire de la surface peinte S et le rouge recouvre une surface dont l'aire est 2688 cm^2 .

- a) Déterminer l'aire de la surface peinte S , en centimètre carré.
b) Quel pourcentage de l'aire de la surface totale de la toile représente l'aire de la surface peinte S ? (On donnera une valeur approchée au dixième).



- c) On sait que la largeur x est égale à $\frac{1}{8}$ de la longueur AB. Déterminer x et en déduire y .

- 2) Dans cette question, la largeur x est égale à 12 cm. On souhaite que l'aire de la surface de la croix représente entre 20% et 22% de l'aire de la surface totale de la toile, et que y s'exprime comme un nombre entier de centimètres. Déterminer les valeurs possibles de y .

QUESTION COMPLÉMENTAIRE (4 points)

On considère l'exercice 6 et l'exercice 34, extraits des évaluations de mathématiques à l'entrée en sixième pour l'année 2005. Ces exercices sont reproduits dans **l'annexe 2**.

- 1) Quelle est la notion mathématique en jeu dans ces deux exercices ?
- 2) Dans **l'annexe 3** figurent des productions d'élèves nommés A, B, C, D, pour l'exercice 6.
- a) Décrire les procédures correctes mises en œuvre par les élèves. Préciser, le cas échéant, les propriétés mathématiques utilisées implicitement.
b) Analyser les erreurs éventuelles de chaque élève.
- 3) Dans **l'annexe 4** figurent les productions des mêmes élèves A, B, C pour l'exercice 34. Pour chacun de ces élèves, comparer la procédure mise en œuvre dans l'exercice 6 avec celle utilisée dans l'exercice 34. Si de nouvelles erreurs apparaissent, les analyser.
- 4) Dans **l'annexe 4** figure aussi la production de l'élève E. Analyser son erreur.

EXERCICE 3 (6 points)

1) On considère une pyramide SABCD

(figure 1) telle que :

- sa base ABCD est un carré de côté 4 cm et de centre O,
- son sommet S est sur la perpendiculaire en O au plan (ABC) et la distance SO est égale à 2 cm.

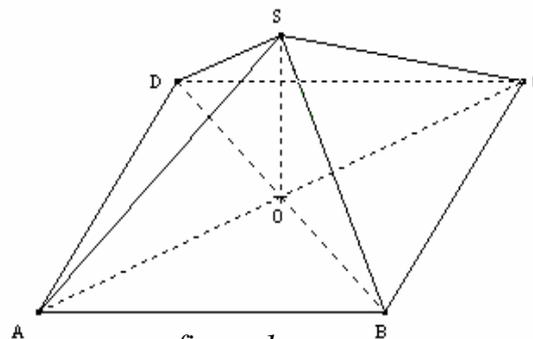


figure 1

- a) Calculer la valeur exacte de la longueur de l'arête [SA] et préciser la nature du triangle SAB.
- b) En utilisant le quadrillage de la copie (de dimensions données 0,5 cm × 0,5 cm), construire, à la règle et au compas, un segment de longueur SA.

2) On considère le solide obtenu en accolant par leur base carrée deux pyramides identiques à la pyramide SABCD (figure 2). Construire sur votre copie un patron de ce solide.

3) Soit un cube ABCDEFGH d'arête 4 cm. Sur chaque face du cube on construit une pyramide identique à la pyramide SABCD de la question 1).

- a) Calculer le volume du solide ainsi obtenu.

On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule : $V = \frac{1}{3} \times B \times h$,
où B désigne l'aire de sa base, et h la hauteur de la pyramide.

b) Dans cette question, on s'intéresse aux deux pyramides construites sur les faces ABCD et FBCG et de sommets respectifs S et S' (figure 3).

On note I le centre du cube, J le milieu de [BC] et O et O' les centres des faces ABCD et FBCG respectivement.

i) On considère le plan (SIS') auquel appartiennent aussi les points O, J et O' (on ne demande pas de le démontrer). Montrer que l'angle $\widehat{SJS'}$ est plat.

ii) Quelle est la nature du quadrilatère SBS'C ? Justifier votre réponse.

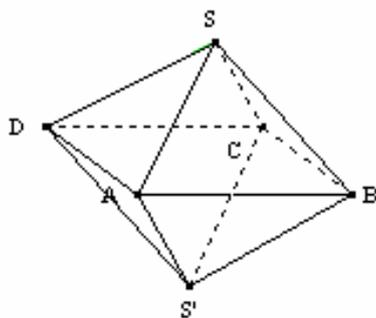


figure 2

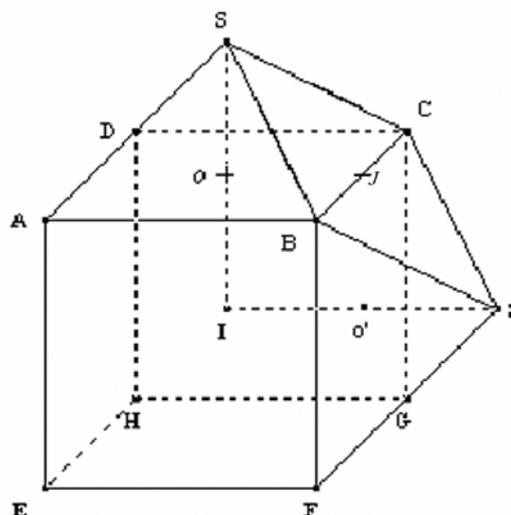
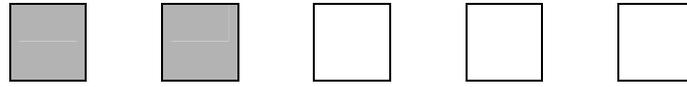


figure 3

ANNEXE 1

Répartition



On a 2 boîtes grises, 3 boîtes blanches et 11 jetons. Il s'agit de mettre les 11 jetons dans les boîtes de façon à ce qu'il y ait le même nombre de jetons dans les boîtes de même couleur.

Il y a deux répartitions possibles :



A toi de trouver toutes les façons possibles de répartir les jetons dans les trois cas suivants.

Cas n°1

2 boîtes grises, 3 boîtes blanches et 17 jetons



Cas n° 2

2 boîtes grises, 4 boîtes blanches et 17 jetons



Cas n°3

2 boîtes grises, 4 boîtes blanches et 20 jetons



Extrait de Spécial Grand N Points de départ

ANNEXE 2

Exercices extraits des évaluations à l'entrée en sixième (année 2005).

Exercice 6

6 objets identiques coûtent 150 € Combien coûtent 9 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

Réponse :

Exercice 34

10 objets identiques coûtent 22€ Combien coûtent 15 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

Réponse :

ANNEXE 3

Elève A Exercice 6

6 objets identiques coûtent 150 €. Combien coûtent 9 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 3 \\ \hline 450 \\ \hline 450 \\ \hline 1350 \end{array}$$

Réponse : ..225....

Elève C Exercice 6

6 objets identiques coûtent 150 €. Combien coûtent 9 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 3 \\ \hline 450 \\ \hline 450 \\ \hline 1350 \end{array}$$

Réponse : ..225...
9 objets coûtent 225€

Elève B Exercice 6

6 objets identiques coûtent 150 €. Combien coûtent 9 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 3 \\ \hline 450 \\ \hline 450 \\ \hline 1350 \end{array}$$

Réponse : ..225

Elève D Exercice 6

6 objets identiques coûtent 150 €. Combien coûtent 9 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

$$\begin{array}{r} 150 \\ \times 3 \\ \hline 450 \\ \hline 450 \\ \hline 1350 \end{array}$$

Réponse : ..225.

ANNEXE 4

Elève A Exercice 34

10 objets identiques coûtent 22 €. Combien coûtent 15 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

$$\begin{array}{r} 22 \text{ €} \\ \times 10 \\ \hline 220 \text{ €} \\ \times 5 \\ \hline 110 \text{ €} \\ \hline 330 \text{ €} \end{array}$$

Réponse : 330 €

Elève B Exercice 34

10 objets identiques coûtent 22 €. Combien coûtent 15 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

$$\begin{array}{r} 22 \text{ €} \\ \times 15 \\ \hline 110 \text{ €} \\ + 220 \text{ €} \\ \hline 330 \text{ €} \end{array}$$

Réponse : 330 €

Elève C Exercice 34

10 objets identiques coûtent 22 €. Combien coûtent 15 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 15 \\ \hline 110 \\ + 220 \\ \hline 330 \end{array}$$

Réponse : 330 €

Elève E Exercice 34

10 objets identiques coûtent 22 €. Combien coûtent 15 de ces objets ?

Utilise ce cadre pour faire tes recherches

$$\begin{array}{l} 22 \div 10 = 2,2 \\ 2,2 \times 15 = 33,3 \end{array}$$

Réponse : 33,3 €