

**Session 2008**

**MAT-08-PG5**

*Repère à reporter sur la copie*

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES**

**Mercredi 30 avril 2008 - de 8h 00 à 11h 00**  
**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**MATHÉMATIQUES**

**Durée : 3 heures**  
**Coefficient : 3**  
**Note éliminatoire 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 8 pages, numérotées de 1/8 à 8/8. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

*L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

***N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.***

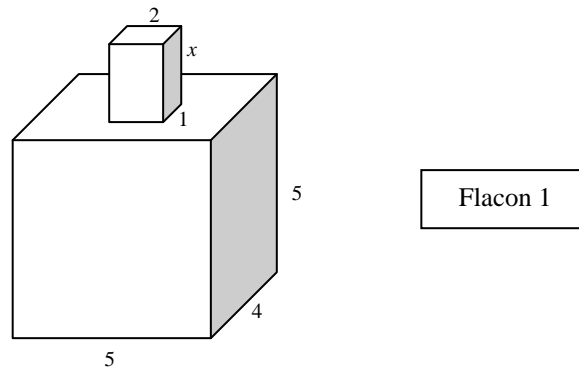
***Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

***Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.***

**EXERCICE 1** (4 points)

Un fabricant de parfum veut fabriquer deux flacons de même contenance, suivant les schémas ci-dessous. L'unité de longueur est le centimètre.

- 1) Le flacon 1 est constitué de deux pavés droits.  
 $x$  désigne la mesure de la hauteur du pavé droit supérieur.

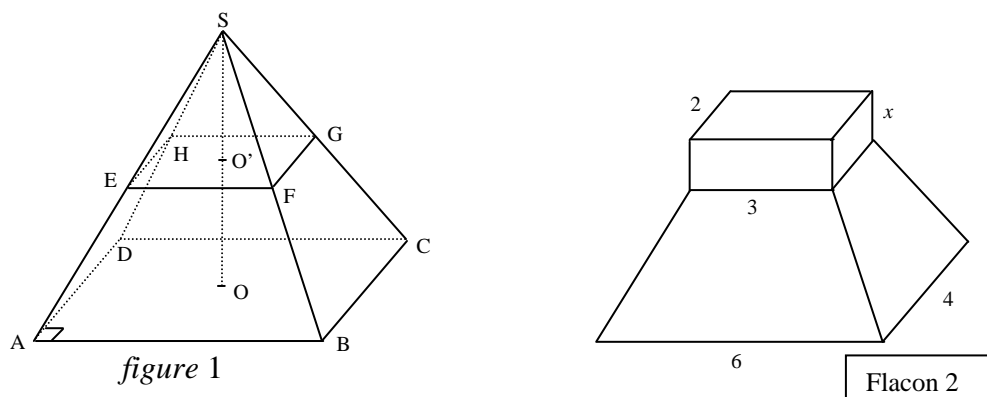


Montrer que la mesure  $V_1$  du volume du flacon 1 s'exprime en fonction de  $x$  sous la forme :

$$V_1(x) = 2x + 100$$

- 2) Le flacon 2 est constitué

- d'une pyramide tronquée à base rectangulaire identique au solide ABCDEFGH de la *figure 1*. La droite (SO) est la hauteur de la pyramide ; elle perce le rectangle EFGH en  $O'$ . On donne :  $SO = 11$  cm ;  $SO' = 5,5$  cm ;  $AB = 6$  cm ;  $BC = 4$  cm ;  $EF = 3$  cm ;  $FG = 2$  cm,
- et d'un pavé droit de dimensions 2, 3, et  $x$  comme indiqué ci-dessous.



Montrer que la mesure  $V_2$  du volume du flacon 2 s'exprime en fonction de  $x$  sous la forme :

$$V_2(x) = 6x + 77.$$

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} (\text{aire de la base} \times \text{hauteur de la pyramide}).$$

3) Dans un repère orthogonal du plan :

- sur l'axe des abscisses, un centimètre représente une longueur de 1 cm,
- sur l'axe des ordonnées, un millimètre représente un volume de 1 cm<sup>3</sup>.

- Représenter graphiquement, dans ce repère, les fonctions  $V_1$  et  $V_2$  pour des valeurs de  $x$  comprises entre 0 et 10.
- Déterminer graphiquement une valeur approchée de  $x$  au dixième près pour laquelle  $V_1(x) = V_2(x)$ .
- Résoudre l'équation  $V_1(x) = V_2(x)$  par le calcul.
- Calculer le volume correspondant à la valeur  $x$  trouvée précédemment et l'exprimer en centilitre.

### **EXERCICE 2** (4 points)

La table traçante automatisée d'un architecte réalise un tracé rectiligne de 10 centimètres de longueur en 2,8 secondes, quelle que soit la direction.

Dans les quatre premières questions, on négligera le temps nécessaire à un changement de direction.

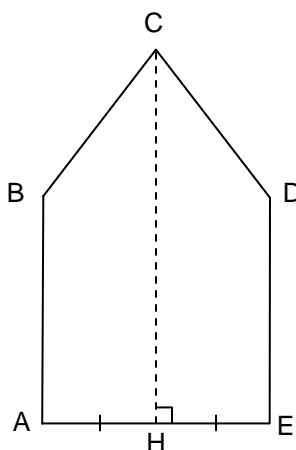
- Quelle est la durée nécessaire à l'impression d'un segment de droite de 28 centimètres de longueur ?
- Quelle est la longueur d'un segment de droite imprimé en 3,5 secondes ?
- La durée d'impression des quatre côtés d'un rectangle est 6,3 secondes. Quelles peuvent être les dimensions de ce rectangle ? Proposer deux réponses possibles. Justifier.
- Calculer la durée nécessaire à l'impression d'un carré dont la diagonale a pour longueur 6 centimètres. On donnera une valeur approchée au dixième de seconde près.
- En réalité, le temps nécessaire à un changement de direction est d'un dixième de seconde. Calculer la durée nécessaire à la réalisation du tracé ABCDEA de la figure suivante.

$$AB = AE = DE = 6 \text{ cm}$$

$$CH = 10 \text{ cm}$$

H est le milieu du segment [AE]

Les droites (AB) et (ED) sont perpendiculaires à la droite (AE).



**Question complémentaire** (4 points)

Le document de l'annexe 1 présente un problème tiré du manuel *Les maths à la découverte des sciences CE2, Editions Hachette, 2006*.

- 1) Quelle notion mathématique est principalement mise en jeu dans le problème de l'annexe 1?
- 2) L'annexe 1 présente aussi les productions de trois élèves - Tess, Anaëlle et Nathan - à qui l'on a posé ce problème. Décrire les procédures utilisées par ces élèves et analyser les erreurs éventuellement commises.

**EXERCICE 3** (4 points)

- 1) ABCD est un quadrilatère convexe quelconque. I, J, K et L sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA]. Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ? Justifier votre réponse.
- 2) Dans toute la suite de l'exercice, on suppose que ABCD est un carré.
  - a) Préciser la nature de IJKL. Justifier votre réponse.
  - b) Quelle est l'image de I par la symétrie d'axe (AC) ?
  - c) P est le point d'intersection des droites (LB) et (AC). Montrer que les points D, P et I sont alignés.
  - d) Donner la valeur du rapport  $\frac{DP}{DI}$ . Justifier votre réponse (on pourra considérer des droites remarquables du triangle ABD).
  - e) Soit R le point d'intersection des droites (AC) et (DJ). Exprimer la distance PR en fonction de AC. Justifier votre réponse.

**QUESTION COMPLEMENTAIRE** (4 points)

- 1) Cette première question porte sur les tracés réalisés par Marine (annexe 2) à l'exercice 16 de l'évaluation sixième en mathématiques de 2005.  
Relever deux erreurs de Marine dans cet exercice et les interpréter.
- 2) Cette deuxième question se rapporte à l'annexe 3.  
Un enseignant propose les trois activités dans l'ordre suivant : A, puis B1, puis B2.  
Justifier cet ordre.
- 3) Cette troisième question se rapporte à l'annexe 4 où diverses activités relatives aux droites parallèles sont proposées.  
Pour chacune des deux parties, indiquer :
  - a) l'objectif visé par le maître,
  - b) la procédure mise en œuvre,
  - c) la connaissance mathématique sous-jacente.

## ANNEXE 1

(extrait du livre « Les maths à la découverte des sciences », CE2, Hachette, 2006).

### 1 Le python réticulé.

Le python réticulé est un serpent magnifique. La femelle pond de 30 à 50 œufs de 8 cm de longueur. À leur naissance, les jeunes pythons mesurent environ 70 cm. Ils grandissent très vite, de 60 cm par an pendant les 6 premières années de leur vie. Ensuite, leur croissance se ralentit.

- Quelle est la taille d'un python réticulé âgé de 5 ans ?  
(**Souligne** dans l'énoncé les valeurs utiles pour le calcul.)



*20 ans*

1	2	3	4	5
60	120	180	240	300

Un python de 5 ans mesure 300 cm

---

*année*

*naissance*

$$\begin{array}{cccccc} 70 & 60 & 60 & 60 & 60 & 60 \end{array}$$

Le python mesure 360 cm

---

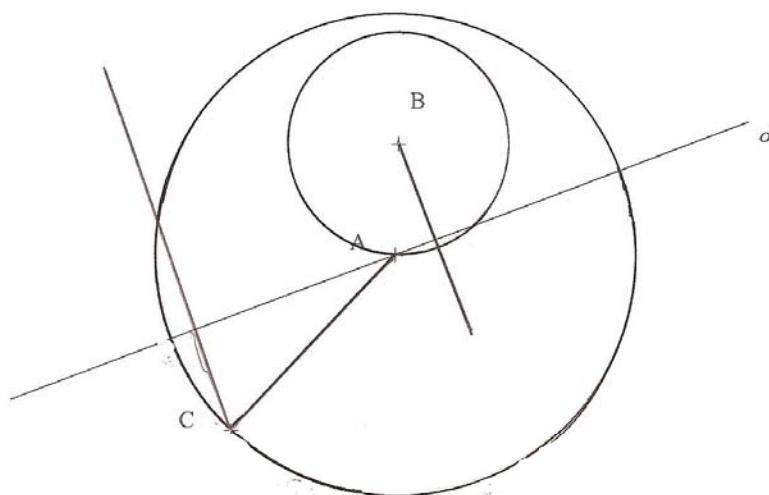
30	Un python de 5 ans mesure
50	
8	
70	
60	
6	
5	
229	229 cm

*Nathan*

## ANNEXE 2

Sur la figure, la droite  $d$  et les points A, B et C étaient donnés.

### Exercice 16



1. Trace la droite qui passe par les points A et C.
2. Trace la droite qui passe par C et qui est perpendiculaire à la droite  $d$ .
3. Trace la droite qui passe par B et qui est parallèle à la droite  $d$ .
4. Trace le cercle de centre B passant par A.
5. Trace le cercle de diamètre [AC].

## ANNEXE 3

**Nota bene** : les indications de couleur ne sont pas respectées. Elles n'ont pas d'incidence sur le contenu des activités.

### Activité A

(extrait du livre « Les maths à la découverte des sciences », CE2, Hachette, 2006)

#### Cherchons ensemble

Clotilde a dessiné son pantin en train de monter un escalier.

• **Recherche** quels membres du pantin sont pliés en faisant un angle égal à ton gabarit d'angle rouge.

• **Colorie** ces angles en rouge.

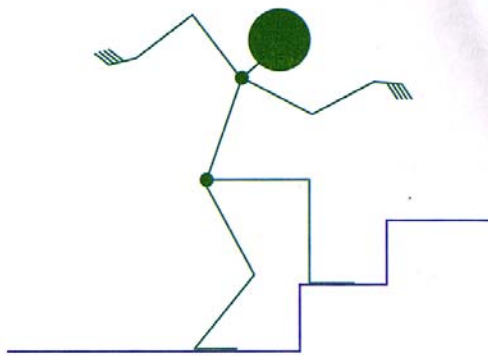
Ce sont des **angles droits**.

On marque un angle droit avec le code suivant :



On vérifie qu'un angle est droit à l'aide d'une **équerre**.

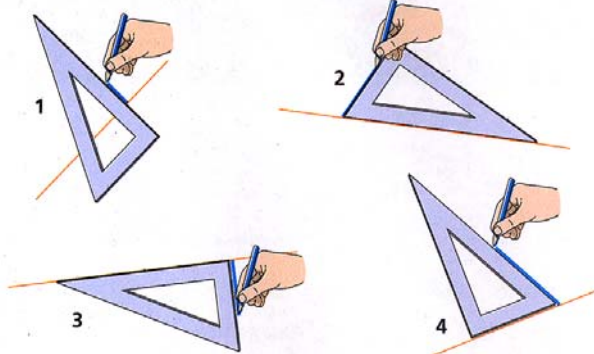
• **Recherche** d'autres angles droits dans le dessin et **marque**-les avec le code.



### Activité B

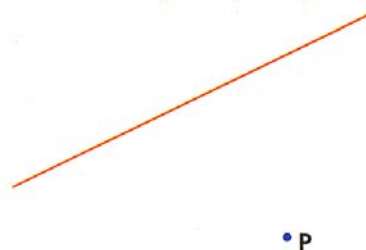
(extrait du livre « Les maths à la découverte des sciences », CE2, Hachette, 2006)

**1** On veut tracer une ligne perpendiculaire à la droite rouge.  
**Barre** le numéro du dessin quand on s'y prend mal.



**2** Trace deux droites perpendiculaires à la droite rouge :

- la première droite doit croiser la droite rouge en un point que tu choisiras ;
- l'autre doit passer par le point P.

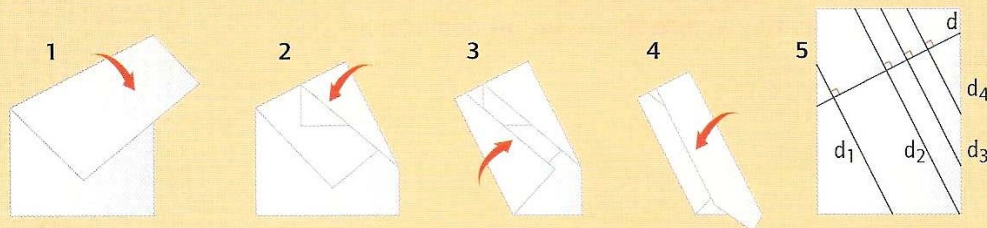


## ANNEXE 4

(extrait du livre « A portée de maths », CM1, Hachette, 2006)

### PARTIE 1

a) Prends une feuille de papier et réalise le pliage en suivant les étapes 1 à 4.



Déplie la feuille et repasse les 5 plis au crayon (étape 5). Tu as tracé 5 droites :  $d$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  et  $d_4$ .

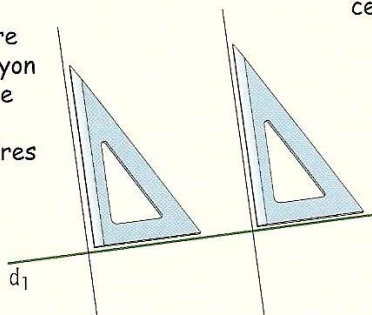
b) Que peux-tu dire des droites  $d$  et  $d_1$  ?  $d$  et  $d_2$  ?  $d_1$  et  $d_2$  ?  $d_2$  et  $d_3$  ?  $d_3$  et  $d_4$  ?

### PARTIE 2

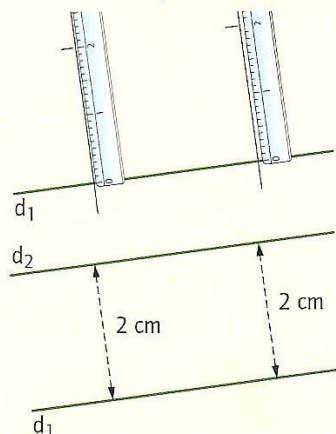
**Des droites parallèles sont des droites dont l'écartement est constant.**  
**Comment construire deux droites parallèles ?**

1) Trace une droite  $d_1$ .

Puis à l'aide de ton équerre et de ton crayon à papier, trace deux droites perpendiculaires à  $d_1$ .



2) En utilisant ta règle graduée, marque sur ces deux droites un point situé à 2 cm de  $d_1$ .



3) Avec ta règle, trace la droite  $d_2$  passant par les deux points marqués.  $d_1$  et  $d_2$  sont deux droites parallèles distantes de 2 cm l'une de l'autre. On note  $d_1 // d_2$ .