

Session 2009

MAT-09-PG1

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Mercredi 29 avril 2009 - de 8h 30 à 11h 30
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 8 pages (dont 1 page de garde et 2 pages d'annexes), numérotées de 1/8 à 8/8. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.

S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

Exercice 1 (5 points)

On considère deux points A et B du plan distants de 6 cm.

- 1) a. Le point C_1 est sur le segment $[AB]$ et vérifie la condition $BC_1=2 AC_1$. Quelle est la longueur du segment $[AC_1]$? Justifier.
- b. Le point C_2 , distinct de C_1 , est sur la droite (AB) et vérifie la condition $BC_2=2 AC_2$. Quelle est la longueur du segment $[AC_2]$? Justifier.
- c. Placer, avec une règle graduée, les points A, B, C_1 et C_2 sur une figure qui sera complétée au fur et à mesure des questions.

On s'intéresse maintenant aux points C du plan n'appartenant pas à la droite (AB) et vérifiant la condition $BC = 2 AC$. On appelle x la mesure de AC , l'unité de longueur étant le centimètre.

- 2) a. Existe-t-il des points C correspondant à la valeur $x=9$? Justifier la réponse. Dans le cas d'une réponse positive, construire ces points.
 - b. Existe-t-il des points C correspondant à la valeur $x=5$? Justifier la réponse. Dans le cas d'une réponse positive, construire ces points.
- 3) Calculer la valeur de x pour laquelle le triangle ABC est rectangle en C. Ecrire le résultat sous la forme $a\sqrt{5}$.
- 4) Montrer qu'il existe une seule valeur de x pour laquelle le triangle ABC est isocèle. Déterminer cette valeur et placer les points correspondants sur la figure en laissant apparents les tracés nécessaires à cette construction.

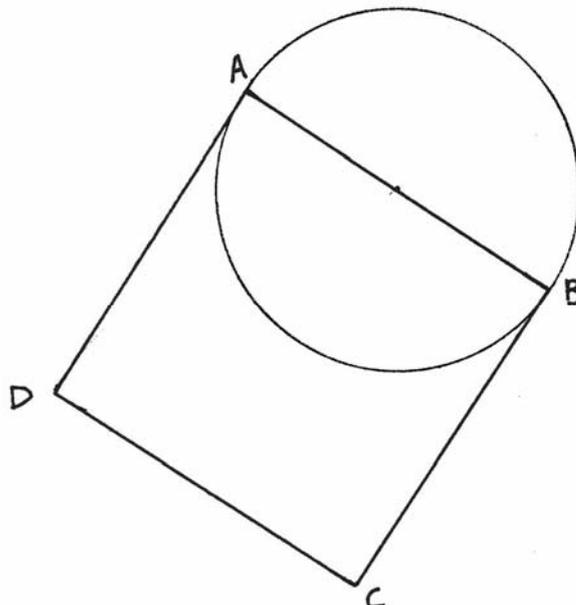
Question complémentaire (5 points)

Annexe 1 : Productions d'élèves

Dans une classe de cycle 3 à deux niveaux (CE2/CM1), l'enseignante a proposé, au début du deuxième trimestre, l'activité suivante à l'ensemble de ses élèves afin d'évaluer leurs niveaux respectifs :

Consigne de l'enseignante :

Écris un texte pour permettre à quelqu'un de construire cette figure sans l'avoir vue.



La figure reproduite ci-dessus n'est pas en vraie grandeur. Sur le modèle fourni aux élèves, le côté du carré avait pour longueur 6 cm.

Trois productions d'élèves sont proposées en *Annexe 1*.

- 1) On s'intéresse aux productions des élèves de CE2 (élèves A et B).
- Dans les productions des élèves A et B, du vocabulaire géométrique est utilisé, parfois à bon escient, parfois non. Certains mots, qui seraient pourtant utiles, ne sont pas présents. Relever et classer ces mots dans un tableau comme celui ci-dessous (qu'on aura recopié sur la copie) :

vocabulaire	adapté	mal utilisé	manquant
Elève A			
Elève B			

- Qu'est-ce qui permet de penser que la notion de cercle n'est pas complètement acquise pour les élèves A et B ?
 - Proposer un exercice qui permettrait à l'enseignante de s'assurer que l'élève B a acquis ou non la compétence « reconnaître un carré ».
- 2) Il est classique de faire valider les messages rédigés par les élèves en faisant construire la figure obtenue par des élèves qui ne l'auraient pas vue (situation d'émission/réception).
Donner une difficulté à laquelle on doit s'attendre avec cette modalité.
- 3) On s'intéresse à la production de l'élève C qui est en CM1.
- Il n'utilise pas le mot carré mais il en connaît certaines propriétés. Au vu de sa production, citer les propriétés du carré qu'il connaît.
 - Qu'est-ce qui permet de penser que la notion de cercle est, ou n'est pas, acquise par cet élève ?
 - Le texte produit par l'élève C conduit-il à une construction exacte ? Justifier.

Exercice 2 (4 points)

Cet exercice comporte deux questions indépendantes.

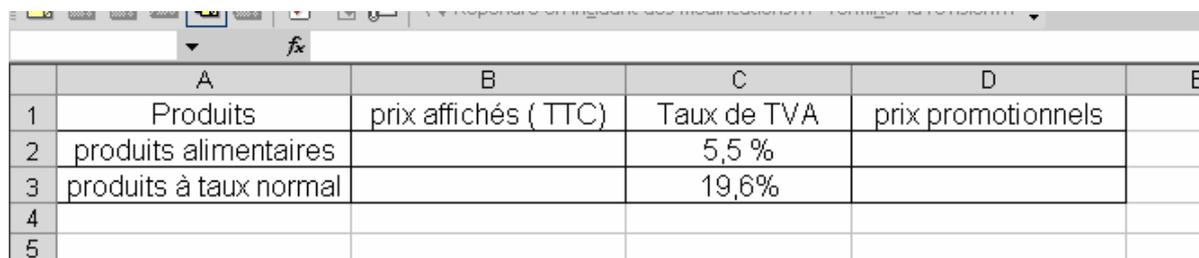
1) Des petites briques de jus d'orange d'une contenance de 20 cL ont la forme de pavés droits dont la base a pour dimensions 4 cm et 6 cm.

- Calculer la hauteur h d'une de ces briques. On donnera une valeur approchée de h à 1 mm près par excès.
- Un magasin propose ces briques au prix de 2,89 € le lot de six. Calculer le prix d'un litre de jus d'orange, arrondi au centime.
- Lors d'une opération promotionnelle le magasin propose deux options :
 - option A : une remise de 30 % sur le prix d'un lot ;
 - option B : prix du lot inchangé mais avec deux briques « gratuites » en plus.

Quelle option donne le prix au litre le moins élevé ? Justifier la réponse.

2) Dans un autre magasin, une offre promotionnelle consiste à « rembourser » la TVA sur tous les produits. Ainsi le client voit affiché le prix toutes taxes comprises (TTC) mais ne paie en caisse que le prix hors taxes.

- Quel est le prix payé en caisse (arrondi au centime) si le prix affiché est 42,55 € et le taux de TVA est 5,5 % ?
- Pour pouvoir retrouver les prix promotionnels des objets qu'il achète dans ce magasin, un client prépare, à l'aide d'un tableur, la feuille de calcul suivante :



	A	B	C	D	E
1	Produits	prix affichés (TTC)	Taux de TVA	prix promotionnels	
2	produits alimentaires		5,5 %		
3	produits à taux normal		19,6%		
4					
5					

Quelle formule peut-il taper dans la case D2 pour que s'affiche le prix promotionnel d'un produit alimentaire dès que l'on entre son prix affiché en B2 ?

Quelle formule peut-il taper en D3 ?

Question complémentaire (3 points)

Annexe 2 : Extrait du programme du cycle3.

L'exercice suivant est proposé en évaluation dans une classe de cycle 3 :

La voiture du père d'Elise consomme en moyenne 8 litres d'essence pour 100 km parcourus.

A - Quelle est la consommation d'essence pour 50 km ; 200 km ; 350 km ; 700 km ; 1200 km ?

B - Combien de kilomètres peut-il parcourir avec une quantité d'essence de 10 L; 2 L; 48 L; 50 L; 100 L ?

- 1) En référence au tableau des programmes rappelé en *Annexe 2*, dire :
 - a. A quel domaine du programme se rattache cet exercice.
 - b. Quelle compétence est ici mise en jeu.
- 2) Dans la question A, un élève a trouvé les consommations pour 50 km et 200 km, mais s'est trompé pour 350 km.
 - a. Quelle est la difficulté supplémentaire induite par cette valeur ?
 - b. Décrire deux procédures correctes différentes qu'aurait pu utiliser cet élève pour trouver le résultat correspondant à 350 km. Indiquer les propriétés mathématiques sous-jacentes pour chacune des procédures.
- 3) On s'intéresse maintenant à la question B.
 - a. Discuter la pertinence de l'ordre dans lequel ces valeurs sont proposées.
 - b. Un élève a répondu « *il peut parcourir 102 km avec 10 L d'essence* ». Faire une hypothèse sur l'erreur commise.

Exercice 3 (3 points)

Les deux questions sont indépendantes.

- 1) a. Développer et réduire l'expression suivante où x est un nombre réel :
 $(x+1)(x-1) - (x+2)(x-2)$.

- b. Utiliser le résultat précédent pour trouver rapidement sans utiliser la calculatrice :
 $297 \times 295 - 298 \times 294$

- 2) Observer les résultats ci dessous :

$$1^2 - 0^2 = 1$$

$$2^2 - 1^2 = 3$$

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$4^2 - 3^2 = 7$$

Les égalités ci-dessus permettent de conjecturer une propriété. Deux sont proposées ici :

1- Si a et b sont deux nombres consécutifs, alors leur somme est égale à la différence de leurs carrés.

2- Si a et b sont deux nombres consécutifs, alors leur somme est égale au carré de leur différence.

Une seule de ces propriétés est exacte. Laquelle ? La démontrer.

ANNEXE 1

Productions d'élèves

ELEVE A (CE2)

Prend un crayon de papier et une règle.
Fait un carré de 6 cm long et 6 cm de large
et met des lettres.
Ensuite fait un rond qui rentre un peu dans le carré
le rond doit mesurer 6 cm de long et 6 cm de large

ELEVE B (CE2)

Tracer un rectangle de 6 cm sur 6. avec un compas tracer aussi
un demi cercle à l'intérieur du rectangle et son autre moitié
à l'extérieur. cela va donner une spirale qui doit être posée sur une
arête du rectangle.

ELEVE C (CM1)

Trace un segment A-B de 6 cm de longueur.
Puis trace le segment B-C de 6 cm de longueur en formant un
angle droit.
Trace le segment A-D de 6 cm de longueur formant un angle
droit parallèle au segment B-C
Puis relier les points C et D.
Placer la pointe du compas au milieu du segment A-B
Prendre une ouverture de 3 cm
Puis trace le rond.

ANNEXE 2

Extrait du B.O.E.N, Hors série 3, 19 juin 2008 (la colonne de gauche indique les domaines du programme).

Les tableaux suivants donnent des repères pour l'organisation de la progressivité des apprentissages par les équipes pédagogiques. Seules des connaissances et compétences nouvelles sont mentionnées dans chaque colonne.

	Cours élémentaire deuxième année	Cours moyen première année	Cours moyen deuxième année
Géométrie	<p>Dans le plan</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître, décrire, nommer et reproduire, tracer des figures géométriques : carré, rectangle, losange, triangle rectangle. - Vérifier la nature d'une figure plane en utilisant la règle graduée et l'équerre. - Construire un cercle avec un compas. - Utiliser en situation le vocabulaire : côté, sommet, angle, milieu. - Reconnaître qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie, par pliage ou à l'aide du papier calque. - Tracer, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée. <p>Dans l'espace</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître, décrire et nommer : un cube, un pavé droit. - Utiliser en situation le vocabulaire : face, arête, sommet. <p>Problèmes de reproduction, de construction</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reproduire des figures (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un modèle. - Construire un carré ou un rectangle de dimensions données. 	<p>Dans le plan</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître que des droites sont parallèles. - Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, axe de symétrie, centre d'un cercle, rayon, diamètre. - Vérifier la nature d'une figure plane simple en utilisant la règle graduée, l'équerre, le compas. - Décrire une figure en vue de l'identifier parmi d'autres figures ou de la faire reproduire. <p>Dans l'espace</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître, décrire et nommer les solides droits : cube, pavé, prisme. - Reconnaître ou compléter un patron de cube ou de pavé. <p>Problèmes de reproduction, de construction</p> <ul style="list-style-type: none"> - Compléter une figure par symétrie axiale. - Tracer une figure simple à partir d'un programme de construction ou en suivant des consignes. 	<p>Dans le plan</p> <ul style="list-style-type: none"> - Utiliser les instruments pour vérifier le parallélisme de deux droites (règle et équerre) et pour tracer des droites parallèles. - Vérifier la nature d'une figure en ayant recours aux instruments. - Construire une hauteur d'un triangle. - Reproduire un triangle à l'aide d'instruments. <p>Dans l'espace</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître, décrire et nommer les solides droits : cube, pavé, cylindre, prisme. - Reconnaître ou compléter un patron de solide droit. <p>Problèmes de reproduction, de construction</p> <ul style="list-style-type: none"> - Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée (avec des indications relatives aux propriétés et aux dimensions).
Grandeurs et mesure	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître les unités de mesure suivantes et les relations qui les lient : <ul style="list-style-type: none"> . Longueur : le mètre, le kilomètre, le centimètre, le millimètre ; . Masse : le kilogramme, le gramme ; . Capacité : le litre, le centilitre ; . Monnaie : l'euro et le centime ; . Temps : l'heure, la minute, la seconde, le mois, l'année. - Utiliser des instruments pour mesurer des longueurs, des masses, des capacités, puis exprimer cette mesure par un nombre entier ou un encadrement par deux nombres entiers. - Vérifier qu'un angle est droit en utilisant l'équerre ou un gabarit. - Calculer le périmètre d'un polygone. - Lire l'heure sur une montre à aiguilles ou une horloge. <p>Problèmes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs ci-dessus. 	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître et utiliser les unités usuelles de mesure des durées, ainsi que les unités du système métrique pour les longueurs, les masses et les contenances, et leurs relations. - Reporter des longueurs à l'aide du compas. - Formules du périmètre du carré et du rectangle. <p>Aires</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé. - Classer et ranger des surfaces selon leur aire. <p>Angles</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comparer les angles d'une figure en utilisant un gabarit. - Estimer et vérifier en utilisant l'équerre, qu'un angle est droit, aigu ou obtus. <p>Problèmes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions. 	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final. - Formule de la longueur d'un cercle. - Formule du volume du pavé droit (initiation à l'utilisation d'unités métriques de volume). <p>Aires</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle en utilisant la formule appropriée. - Connaître et utiliser les unités d'aire usuelles (cm², m² et km²). <p>Angles</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit. <p>Problèmes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes dont la résolution implique des conversions. - Résoudre des problèmes dont la résolution implique simultanément des unités différentes de mesure.
Organisation et gestion de données	<ul style="list-style-type: none"> - Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution. - Utiliser un tableau ou un graphique en vue d'un traitement des données. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construire un tableau ou un graphique. - Interpréter un tableau ou un graphique. - Lire les coordonnées d'un point. - Placer un point dont on connaît les coordonnées. - Utiliser un tableau ou la "règle de trois" dans des situations très simples de proportionnalité. 	<ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et notamment des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unité, en utilisant des procédures variées (dont la "règle de trois").