

Session 2009

MAT-09-PG3

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

Mercredi 29 avril 2009 - de 8h 30 à 11h 30
Deuxième épreuve d'admissibilité

MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures
Coefficient : 3
Note éliminatoire 5/20

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 6 pages (dont 1 page de garde et 2 pages d'annexes), numérotées de 1/6 à 6/6. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.

Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

EXERCICE 1 (4 points)

- 1) On décompte de 4 en 4 à partir de 61 tant qu'on obtient un entier naturel : « 61, 57, 53,... ».
- a) Quel nombre termine cette liste ?
- On décompte maintenant de 4 en 4 tant qu'on obtient un entier naturel, mais à partir de 9843 :
- b) Quel nombre termine cette nouvelle liste ? Justifier la réponse.
- c) Combien comporte-t-elle de termes ?
- d) Quel est le 100^e terme ?
- 2) En utilisant uniquement l'information $16\,135\,407 = (4548 \times 3547) + 3651$,
- a) donner le quotient et le reste de la division euclidienne de 16 135 407 par 4548.
- b) donner le quotient et le reste de la division euclidienne de 16 135 407 par 3547.

- 3) On sait que
- $$1\,000\,000 = (1996 \times 501) + 4$$
- $$100\,000 = (1996 \times 50) + 200$$
- $$10\,000 = (1996 \times 5) + 20$$

Utiliser ces relations pour déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de 8 640 219 par 1996.

Question complémentaire (4 points)

Un exercice, extrait du fichier de mathématiques « J'apprends les maths avec Picbille » (éditions RETZ, février 2008), est distribué dans une classe de l'école élémentaire.

Les productions de quatre élèves sont fournies en annexe (2 pages).

- 1) À quel niveau de scolarité cet exercice peut-il avoir été donné ? Justifier la réponse.
- 2) Présenter dans un tableau l'analyse des productions de ces quatre élèves en caractérisant les procédures mises en œuvre, en décrivant les erreurs commises et en émettant une hypothèse sur l'origine de ces erreurs.
- 3) L'enseignant propose à Maxime une fiche sur laquelle figurent 28 coccinelles.
- « Voici une autre feuille avec des coccinelles. Il va falloir que tu colles une gommette verte sur chaque coccinelle. Ces gommettes seront distribuées par une marionnette qui ne sait compter que jusqu'à 9. Quelle commande orale peux-tu passer à la marionnette ? »*
- a) En quoi cette situation peut-elle conduire Maxime à changer de procédure ?
- b) Décrire une procédure correcte.

EXERCICE 2 (3 points)

L'indice de masse corporelle - IMC - d'un individu est égal au quotient du poids (en kg) par le carré de la taille (en m) de cette personne.

- 1) Entre les mois d'avril et septembre, Antoine a fait un régime et a perdu 12% de son poids initial. Sachant qu'en septembre il pèse 64 kg et qu'il mesure 1,60 m, calculer :
- a) Son IMC en septembre.
- b) Son poids en avril (on donnera l'arrondi au dixième de kilogramme).
- 2) Encouragé par ce premier résultat, Antoine a poursuivi son régime et perdu encore 8% de son poids entre septembre et décembre.
- Calculer le pourcentage de la perte de poids d'Antoine entre avril et décembre. On donnera le résultat arrondi à 1% près.

Question complémentaire (4 points)

Première partie : L'exercice ci-dessous est proposé dans une classe de CM2 :
(« Place aux maths CM2 », Bordas 2002, exercice n°4 p 94)

On sait qu'en moyenne, 70% des élèves mangent à la cantine.

- 1) Combien peut-on prévoir d'élèves mangeant à la cantine s'il y a 100 élèves dans une école ? S'il y a 50 élèves ? S'il y a 1 000 élèves ?
- 2) Il y a 1 850 élèves dans une commune. Combien la municipalité doit-elle prévoir de repas à la cantine ?

- a) Justifier le choix des nombres 100, 50 et 1000 donnés dans la première question posée aux élèves.
- b) Décrire une procédure induite par cette première question que pourrait utiliser un élève de CM2 pour répondre à la question 2) en précisant la (ou les) propriété(s) mathématique(s) utilisée(s).

Deuxième partie : L'exercice ci-dessous est proposé dans une autre classe de CM2 :

À la boulangerie, Lucie paye 4 € pour acheter 5 baguettes de pain.

Combien doit-elle payer pour avoir 10 baguettes ? 25 baguettes ?
35 baguettes ?

- a) Expliciter deux procédures, en précisant les propriétés sous-jacentes, que des élèves peuvent utiliser pour calculer le prix de 35 baguettes.
- b) À la suite de cet exercice, le maître pose une nouvelle question aux élèves :

« Combien Lucie doit-elle payer pour avoir 17 baguettes ? »

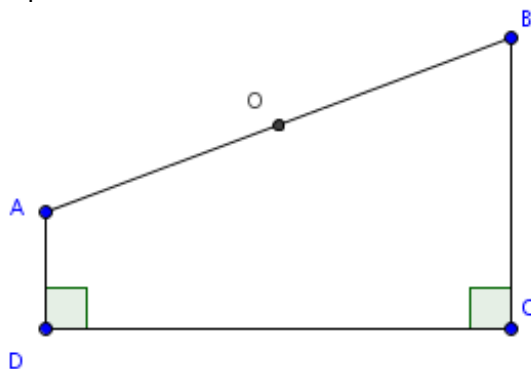
Décrire une procédure que des élèves peuvent mettre en œuvre pour répondre à cette question.

Expliciter alors ce que pourrait être l'objectif visé par le maître.

EXERCICE 3 (5 points)

ABCD est un trapèze rectangle (en C et D), tel que $AD = 2$ cm, $DC = 8$ cm et $BC = 5$ cm. On appelle O le milieu du segment [AB].

La figure suivante ne respecte pas les dimensions.



On construira la figure en vraie grandeur sur la copie.

1) On admet qu'il existe deux points M et M' du segment [DC] tels que les triangles ABM et ABM' sont rectangles respectivement en M et M'. Construire, à la règle et au compas, les points M et M' (sachant que $DM < DM'$). On laissera apparents les traits de construction.

2) a) Calculer AB.

b) On appelle a la mesure de DM, l'unité étant le centimètre. Exprimer AM^2 et BM^2 en fonction de a .

c) Démontrer que a est solution de l'équation : $x^2 - 8x + 10 = 0$.

3) Pour approcher les deux solutions de cette équation, on a utilisé un tableur dont voici une copie d'écran :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
	valeur de x	valeur de $x^2 - 8x + 10$		valeur de x	valeur de $x^2 - 8x + 10$		valeur de x	valeur de $x^2 - 8x + 10$		valeur de x	valeur de $x^2 - 8x + 10$	
1												
2	0	10		1	3		1,50	0,25		1,550	0,0025	
3	1	3		1,1	2,41		1,51	0,2001		1,551	-0,002399	
4	2	-2		1,2	1,84		1,52	0,1504		1,552	-0,007296	
5	3	-5		1,3	1,29		1,53	0,1009		1,553	-0,012191	
6	4	-6		1,4	0,76		1,54	0,0516		1,554	-0,017084	
7	5	-5		1,5	0,25		1,55	0,0025		1,555	-0,021975	
8	6	-2		1,6	-0,24		1,56	-0,0464		1,556	-0,026864	
9	7	3		1,7	-0,71		1,57	-0,0951		1,557	-0,031751	
10	8	10		1,8	-1,16		1,58	-0,1436		1,558	-0,036636	
11				1,9	-1,59		1,59	-0,1919		1,559	-0,041519	
12				2	-2		1,60	-0,24		1,560	-0,0464	
13				6	-2		6,40	-0,24		6,440	-0,0464	
14				6,1	-1,59		6,41	-0,1919		6,441	-0,041519	
15				6,2	-1,16		6,42	-0,1436		6,442	-0,036636	
16				6,3	-0,71		6,43	-0,0951		6,443	-0,031751	
17				6,4	-0,24		6,44	-0,0464		6,444	-0,026864	
18				6,5	0,25		6,45	0,0025		6,445	-0,021975	
19				6,6	0,76		6,46	0,0516		6,446	-0,017084	
20				6,7	1,29		6,47	0,1009		6,447	-0,012191	
21				6,8	1,84		6,48	0,1504		6,448	-0,007296	
22				6,9	2,41		6,49	0,2001		6,449	-0,002399	
23				7	3		6,50	0,25		6,450	0,0025	
24												

a) En observant les colonnes A et B, l'utilisateur du tableur a décidé d'explorer les valeurs de x entre 1 et 2, puis entre 6 et 7. Expliquer ce choix.

Décrire précisément ce que fait l'utilisateur dans les colonnes D et E.

b) Donner un encadrement d'amplitude un millième de chacune des deux solutions de l'équation :

$$x^2 - 8x + 10 = 0$$

4) Donner une valeur approchée de DM et DM' au millimètre près par défaut.

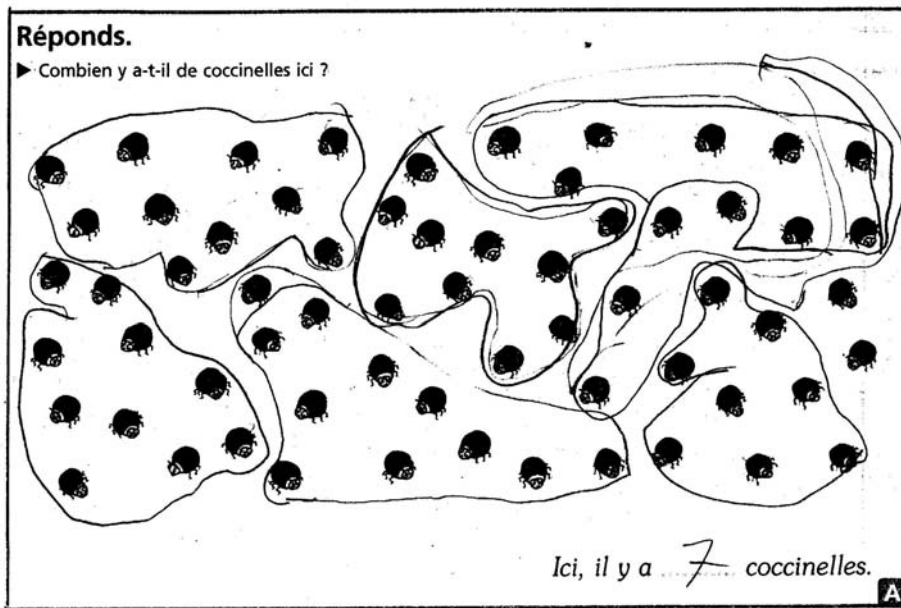
Annexe

Exercice extrait du fichier « J'apprends les maths avec Picbille », éditions RETZ, février 2008.

Productions de quatre élèves

Théo

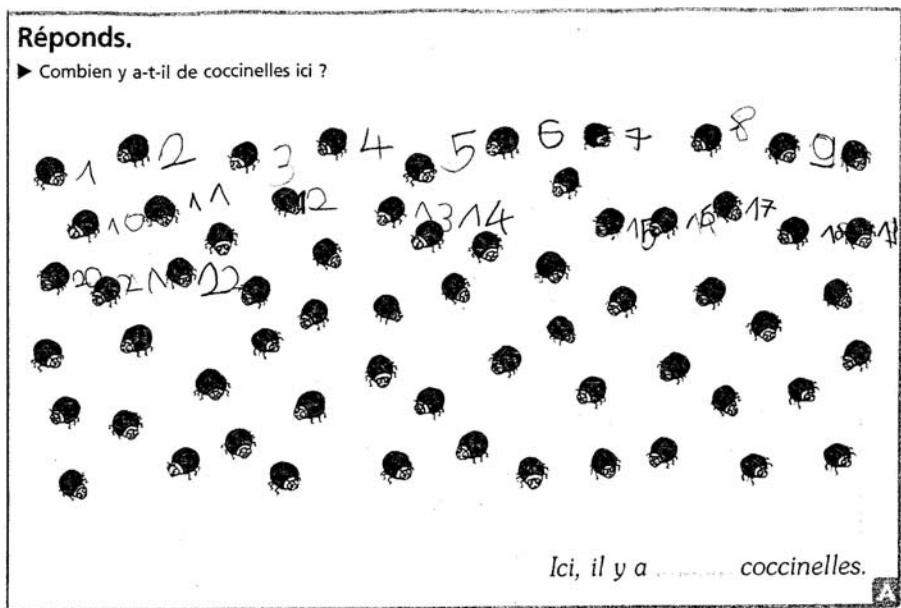
Réponds.
► Combien y a-t-il de coccinelles ici ?



Ici, il y a 7 coccinelles. **A**

Maxime

Réponds.
► Combien y a-t-il de coccinelles ici ?

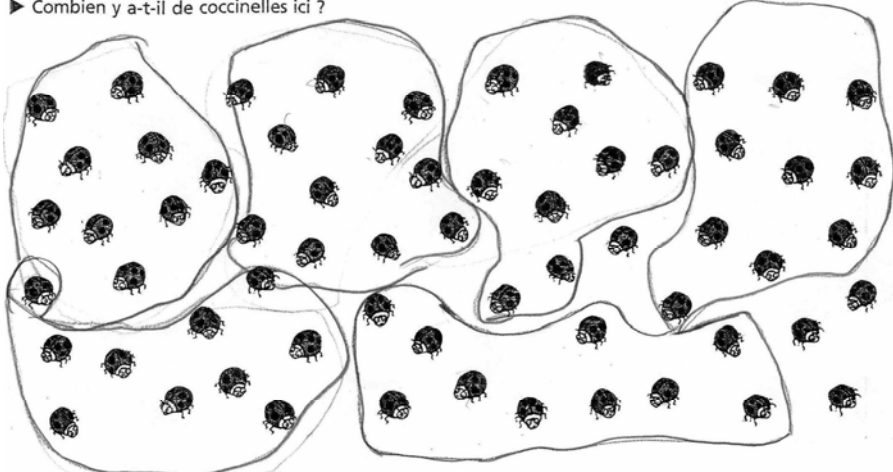


Ici, il y a coccinelles. **A**

Annexe (suite)

Hugo

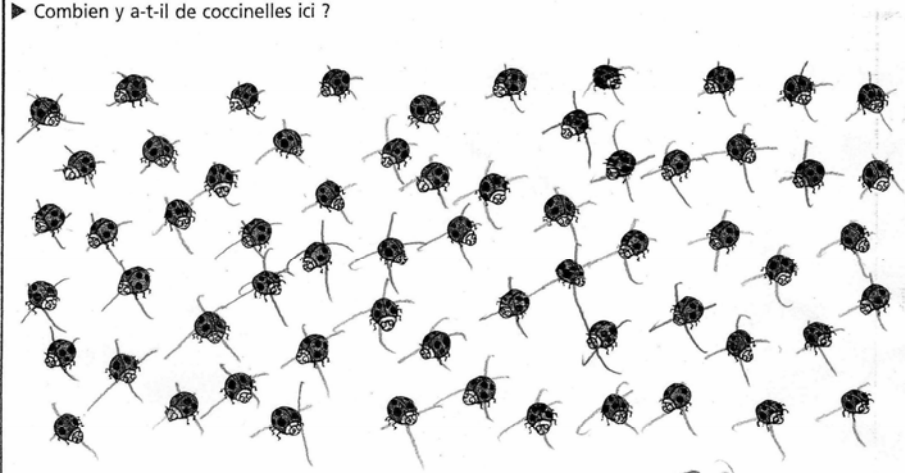
Réponds.
► Combien y a-t-il de coccinelles ici ?



Ici, il y a 63 coccinelles.

Andrea

Réponds.
► Combien y a-t-il de coccinelles ici ?



Ici, il y a 64 coccinelles.