

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

CONCOURS D'ACCÈS AU CORPS DES
PROFESSEURS DE LYCÉE PROFESSIONNEL
(CAPLP)

MATHÉMATIQUES-SCIENCES PHYSIQUES

CONCOURS EXTERNE ET CAFEP

2007

TEXTES ET ÉLÉMENTS DE RÉFÉRENCE

BULLETIN OFFICIEL DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Le Bulletin Officiel de l'Éducation nationale (BOEN) est une publication hebdomadaire (sauf pendant le mois d'août) du Ministère de l'Éducation Nationale, qui répertorie tous les textes officiels qui régissent le fonctionnement de l'Éducation nationale. Il est organisé en différentes rubriques, dont la rubrique "Personnels", dans laquelle figurent les textes concernant les concours de recrutements.

En outre, des numéros spéciaux du BOEN sont édités, réservés chacun à un thème particulier. Certains de ces numéros sont consacrés aux concours de recrutement.

RÉFÉRENCES DES TEXTES OFFICIELS SUR LE CAPLP EXTERNE ET LE CAFEP.

| | | | |
|---|---|--|---|
| Programme des épreuves écrites et orales | <u>BOEN n°25 du 30 juin 2005</u> Programmes permanents section mathématiques – sciences physiques | | |
| Liste des sujets proposés lors des épreuves orales | BOEN n°25 du 30 juin 2005 : programmes annuels section mathématiques – sciences physiques | | |
| Nature des épreuves | <u>Arrêté du 26 juillet 2005</u> (JO 185 du 10 août 2005) | <u>Arrêté du 26 juillet 2005</u> (JO 185 du 10 août 2005) | BOEN n° 17 du 25 avril 2002 modifié par l' <u>arrêté du 26 juillet 2005</u> (JO 185 du 10 août 2005) |

SITE INTERNET DU MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

Sur ce site, dont l'adresse d'accès est « www.education.gouv.fr », figure une abondante documentation, notamment l'ensemble des BOEN des dernières années.

SOMMAIRE

| | |
|---|----------|
| 1- Présentation 1-1 Commentaire initial 1-2 Composition du jury 1-3 Résultats d'ensemble | 1 |
| 2- Informations pratiques 2-1 Descriptif succinct des épreuves 2-2 Programmes des épreuves 2-3 Statistiques et données sur les épreuves | 2 |
| 3- Épreuves d'admissibilité (écrites) | |
| 3-1 Sujet, corrigé et commentaires de mathématiques | 3 |
| 3-2 Sujet, corrigé et commentaires de sciences physiques | 4 |
| 4- Épreuves d'admission (orales) 4-1 Déroulement pratique 4-2 Liste des sujets 4-3 Commentaires sur les épreuves d'admission | 5 |

1-1 COMMENTAIRE INITIAL

Ce rapport, outre les informations qu'il donne sur la manière dont les épreuves se sont déroulées cette année, vise à apporter une aide aux futurs candidats dans leur préparation, quant aux exigences que de tels concours imposent. Les remarques et commentaires qu'il comporte sont issus de l'observation du déroulement des concours des sessions 2007 et antérieures ; ils doivent permettre aux futurs candidats de mieux appréhender ce qui les attend.

Le jury souligne la qualité de certaines prestations réalisées lors des épreuves écrites ou orales, au contenu scientifique rigoureux et bien présenté. Cette qualité s'obtient très sûrement grâce à une préparation organisée, assidue et spécifique, qui peut s'effectuer soit individuellement, soit avec un Institut universitaire de formation des maîtres (IUFM) ou le Centre national d'enseignement à distance (CNED).

Les sujets des épreuves d'admission sont publiés préalablement à celles-ci ; pour la future session, les sujets prévisionnels sont donnés dans le présent rapport, ce qui doit guider et faciliter la préparation. Cependant ces informations ne sont qu'indicatives : les candidats doivent se reporter aux textes officiels dont la publication peut d'ailleurs être plus tardive que celle du présent rapport du Jury.

Pour toutes les épreuves, outre les exigences inhérentes à la connaissance scientifique dominée suffisamment, sont fondamentales les qualités de clarté et de sûreté dans l'expression et l'exposition des idées, soutenues par une bonne maîtrise de la langue. En particulier, à l'écrit, dans l'appréciation des copies, il est tenu compte de la rédaction et de la présentation ; à l'oral, il importe aussi, outre de montrer son savoir et ses qualités de raisonnement, de faire preuve de dynamisme, de capacité de conviction et d'aptitude à communiquer.

Le jury est parfaitement conscient de l'effort ainsi demandé aux candidats qui, à la fois en mathématiques, en physique et en chimie, doivent démontrer qu'ils sont en mesure de dispenser avec maîtrise un enseignement bivalent de qualité, notamment en section de baccalauréat professionnel

1-2 COMPOSITION DU JURY

| | |
|-----------------------------|--|
| JOST REMY | INSPECTEUR GENERAL DE L'EDUCATION NATIONALE, PRESIDENT |
| MARTIN PAUL-ÉMILE | INSPECTEUR GENERAL DE L'EDUCATION NATIONALE, VICE- PRESIDENT |
| ARMAND CHRISTOPHE | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| ASSOULINE DANIEL | INSPECTEUR DE L'ACADEMIE DE PARIS CHARGE DE MISSION D'IGEN |
| AZIZOLLAH MONIQUE | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| BALMER FRANÇOIS | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| BANASZYK CHRISTINE | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| BARBAZO ERIC | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| BEUVIN JEAN-MARIE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| BIGEARD ISABELLE | PROFESSEUR DE CHAIRE SUPERIEURE |
| BLAU DANIELLE | INSPECTEUR.D'ACADEMIE/INSP.PEDAG.REGIONAL CN |
| BOUDIN HERVE | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| BREITBACH LAURENT | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| BRENET ISABELLE | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| BRIANT NATHALIE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| BRUNEAU FREDERIC | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| CAMIER THIERRY | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| CARRÉ ANNIE | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| COLLIN DOMINIQUE | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| COPPIN FREDERIC | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| COSIER BRIGITTE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| COUTURE PAUL | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| CRAPET CATHERINE | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| DEFRENNE HUGUES | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| DELMOTTE ANDRE | PROFESSEUR DE CHAIRE SUPERIEURE |
| DELPORTE GUY | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| DEPRET STEPHANIE | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| DEVAUX GINETTE | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| DOYEN CAROLE | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| DRISSI FOUZIA | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| DUPONCHEL DOMITILE | INSPECTEUR.D'ACADEMIE/INSP.PEDAGOGIQUE.REGIONAL CN |
| EVRAUD SABINE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| FERRAND PATRICK | INSPECTEUR.D'ACADEMIE/INSPECTEUR.PEDAGOGIQUE.REGIONAL CN |
| FERRARI CHRISTINE | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| FLECHER VALERIE | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| FOURDINIER BERNARD | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| GAMBIER HUGUES | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| GEOFFROY CHANTAL | INSPECTEUR.D'ACADEMIE/INSPECTEUR.PEDAGOGIQUE.REGIONAL CN |
| GERARD DANIELE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| GIERCZYNSKI BERNARD | PROFESSEUR CERTIFIE HORS CLASSE |
| GIFFARD CHANTAL | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| GINGUENE PHILIPPE | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| GOUY MICHEL | INSPECTEUR.D'ACADEMIE/INSP.PEDAG.REGIONAL CN |
| GULLAUD RENE | PROFESSEUR CERTIFIE HORS CLASSE |
| HEUMEZ SYLVAIN | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| JAFFRO RENE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| JOUIN BEATRICE | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| JULIAN BENOIT | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| KUHN FRANÇOIS | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| LABBOUZ JEAN | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| LAMOUR ÉRIC | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| LE CORRE LOÏC | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| LE MEN VIRGINIE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| LE YAOUANQ MARIE HELENE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| LEROUX PIERRE-YVES | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| LESIRE CARMEN | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| LESIRE FABIEN | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| MALLEGOL PASCALE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| MARCUCCI LAURENCE | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| MATUSIAK CHRISTELLE | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| MÉGARD MARIE | INSPECTRICE GENERALE DE L'EDUCATION NATIONALE |
| MOREAU XAVIER | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| MORVAN ANNE | PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE |
| MQADMI SAÏD | PROFESSEUR CERTIFIE CLASSE NORMALE |
| NICOLAS-MORGANTINI LAURENCE | PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE |
| PAGES THERESE | INSPECTEUR.D'ACADEMIE/INSPECTEUR.PEDAGOGIQUE.REGIONAL CN |
| PAIN DOMINIQUE | PROFESSEUR DE CHAIRE SUPERIEURE |
| PARIAUD | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| PIERRE | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| PATEY BENOIT | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N |
| PERFETTA CHANTAL | INSPECTEUR.D'ACADEMIE/INSP.PEDAGOGIQUE.REGIONAL CN |
| PICOT GUY | INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE HC |

PRUVOT JEAN PIERRE
 PUYOU JEAN-MICHEL
 QUEMENER MARC
 REDDING ALAIN
 RENARD JEAN-PAUL
 RIVOAL JOËL
 RONCIN CATHERINE
 SERMANSON KARINE
 SIP JACKY
 THIRY MICHEL
 TRAN BUU CHANH
 VARICHON LIONEL
 VASSARD CHRISTIAN

PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE
 PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE
 PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. HC
 INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N
 INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N
 INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N
 INSP.D'ACADEMIE/INSP.PEDAG.REGIONAL CN
 PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE
 PROFESSEUR CERTIFIE HORS CLASSE
 INSPECTEUR D'ACADEMIE/INSPECTEUR.PEDAGOGIQUE.REGIONAL HC
 PROFESSEUR DES LYCEES PROFESSIONNELS. 2EME GRADE
 INSPECTEUR DE L'EDUCATION NATIONALE CL.N
 PROFESSEUR AGREGE CLASSE NORMALE

1-3 RÉSULTATS D'ENSEMBLE, POUR LA SESSION 2007

EFFECTIFS

| | Nombre de postes | Présents à l'écrit | Admissibles | Présents à l'oral | Reçus |
|----------------|------------------|--------------------|-------------|-------------------|------------|
| Externe | 210 | 1927 | 528 | 444 | 210 |
| CAFEP | 25 | 259 | 63 | 50 | 25 |

MEILLEURES NOTES

| Admissibilité | |
|----------------------|------------------------|
| C.Ext : 20/20 | CAFEP : 17,4/20 |

| Admission | |
|------------------------|----------------------|
| C.Ext : 18,2/20 | CAFEP : 17/20 |

BARRES

| Admissibilité | |
|-------------------------|-------------------------|
| C.Ext : 10,95/20 | CAFEP : 10,55/20 |

| Note du dernier admis | |
|-------------------------|-------------------------|
| C.Ext : 11,58/20 | CAFEP : 12,12/20 |

2- INFORMATIONS PRATIQUES

2-1 DESCRIPTIF SUCCINCT DES ÉPREUVES

ÉPREUVES D'ADMISSIBILITÉ

Les épreuves d'admissibilité sont constituées de deux compositions écrites, chacune d'une durée de quatre heures, l'une en mathématiques, l'autre en physique-chimie (chacune de coefficient 2).

(Pour la session 2007, elles ont eu lieu les 15 et 16 Février).

ÉPREUVES D'ADMISSION

Les épreuves d'admission sont constituées de deux épreuves orales, chacune d'une durée globale de trois heures au maximum, l'une en mathématiques, l'autre en physique-chimie (chacune de coefficient 3).

Chaque épreuve comporte deux heures de préparation, suivies d'une heure au maximum avec la commission : une demi-heure au maximum d'exposé présenté par le candidat et une demi-heure au maximum d'entretien.

L'une des épreuves est "l'épreuve d'exposé", l'autre "l'épreuve sur dossier". Un tirage au sort détermine pour chaque candidat l'un des deux schémas suivants :

- schéma A, épreuve d'exposé en mathématiques et épreuve sur dossier en physique-chimie ;
- schéma B, épreuve d'exposé en physique-chimie et épreuve sur dossier en mathématiques.

Les ouvrages, documents, calculatrices ou ordinateurs personnels ne sont pas autorisés.

Des calculatrices scientifiques et des textes officiels (programmes de classes de lycée professionnel,...) peuvent être empruntés par les candidats à la bibliothèque du concours.

Pendant les temps de préparation, sauf celui de l'exposé en mathématiques, pendant lequel aucun ouvrage n'est autorisé, les candidats peuvent utiliser des ouvrages de la bibliothèque du concours.

Dans cette bibliothèque figurent :

- en mathématiques, des manuels de classes de collège (cinquième, quatrième et troisième), de lycée général ou technologique (seconde, premières, terminales et sections de techniciens supérieurs) et de lycée professionnel (BEP et baccalauréat professionnel) ;
- en physique-chimie, le même type de manuels qu'en mathématiques, ainsi que quelques ouvrages complémentaires d'enseignement supérieur (classes préparatoires et premiers cycles universitaires) .

CAPLP Externe et CAFEP-PLP
Section mathématiques - sciences physiques
(arrêté du 26 juillet 2005)

| | Mathématiques | Physique – Chimie | | | | | | | | |
|--|---|--|-----------------|--|-------------------------|------------------------------|-----------------|--|------------------------------|-------------------------|
| Épreuves d'admissibilité | <ul style="list-style-type: none"> ◆ Épreuve écrite ◆ Durée : 4 heures ◆ Coefficient : 2 | <ul style="list-style-type: none"> ◆ Épreuve écrite ◆ Durée : 4 heures ◆ Coefficient : 2 | | | | | | | | |
| Épreuves d'admission (épreuve d'exposé ou épreuve sur dossier) | <ul style="list-style-type: none"> ◆ Épreuve orale ◆ Durée : 1 heure maximum (présentation : 30 minutes maximum ; entretien : 30 minutes maximum) avec une préparation de 2 heures ◆ Coefficient : 3 | <ul style="list-style-type: none"> ◆ Épreuve orale ◆ Durée : 1 heure maximum (présentation : 30 minutes maximum ; entretien : 30 minutes maximum) avec une préparation de 2 heures ◆ Coefficient : 3 | | | | | | | | |
| Schéma des épreuves d'admission | <table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><i>Schéma A</i></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><i>Épreuve d'exposé</i></td> <td style="text-align: center;"><i>Épreuve sur dossier *</i></td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="text-align: center;"><i>Schéma B</i></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"><i>Épreuve sur dossier *</i></td> <td style="text-align: center;"><i>Épreuve d'exposé</i></td> </tr> </table> <p>* épreuve sur dossier : le candidat a le choix entre deux sujets</p> | | <i>Schéma A</i> | | <i>Épreuve d'exposé</i> | <i>Épreuve sur dossier *</i> | <i>Schéma B</i> | | <i>Épreuve sur dossier *</i> | <i>Épreuve d'exposé</i> |
| <i>Schéma A</i> | | | | | | | | | | |
| <i>Épreuve d'exposé</i> | <i>Épreuve sur dossier *</i> | | | | | | | | | |
| <i>Schéma B</i> | | | | | | | | | | |
| <i>Épreuve sur dossier *</i> | <i>Épreuve d'exposé</i> | | | | | | | | | |
| Documentation, matériels disponibles lors de la préparation de l'épreuve d'admission | <ul style="list-style-type: none"> ◆ Programmes des classes de lycée professionnel ◆ Ouvrages de la bibliothèque du concours ◆ Calculatrice mise à disposition sur le site | <ul style="list-style-type: none"> ◆ Programmes des classes de lycée professionnel ◆ Ouvrages de la bibliothèque du concours ◆ Matériels scientifiques mis à disposition sur le site ◆ Aide logistique du personnel de laboratoire | | | | | | | | |

PROGRAMMES PERMANENTS DES CONCOURS EXTERNES ET INTERNES DU CAPLP ET DES CAFEP ET CAER CORRESPONDANTS

N.S. n° 2005-095 du 22-6-2005

NOR : MENP0501247N

RLR : 824-1d ; 531-7

MEN - DPE A

Mathématiques-sciences physiques

Programme de mathématiques

Le programme des épreuves écrites des concours externe et interne d'accès au corps des professeurs de lycée professionnel est défini par les titres A et B ci-dessous.

Le programme des épreuves orales des concours externe et interne porte sur le titre A augmenté des paragraphes suivants du titre B.

I - Analyse : § 2. Fonctions d'une variable réelle - § 3. Équations différentielles

II - Algèbre : § 1. Nombres complexes.

III - Combinatoire. Statistiques. Probabilités : § 1. Combinatoire - § 2. Statistique descriptive - § 3. Probabilité

IV - Géométrie : § 1. Géométrie du plan et de l'espace.

A - Programme des lycées professionnels

Ce programme comporte tous les programmes des classes de lycées professionnels en vigueur l'année du concours.

B - Programme complémentaire

I - Analyse

1. Notions élémentaires sur les suites et les séries

a) Propriétés fondamentales du corps \mathbb{R} des réels : majorants, minorants, borne supérieure, borne inférieure. Toute partie non vide de \mathbb{R} majorée admet une borne supérieure (admis).

Aucune construction de \mathbb{R} n'est au programme.

b) Convergence d'une suite de nombres réels ; opérations sur les suites convergentes. Convergence d'une suite monotone ; exemples de suites adjacentes.

Exemples d'études de suites définies par une relation de récurrence $U_{n+1} = f(U_n)$.

c) Définition de la convergence d'une série à termes réels. Convergence des séries géométriques.

Séries à termes positifs : comparaison de deux séries dans le cas où $U_n \leq V_n$ et où $U_n \sim V_n$. Comparaison à une intégrale ; convergence de séries de Riemann. Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert. Comparaison à une série de Riemann.

Séries absolument convergentes. Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers 0.

2. Fonctions d'une variable réelle

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur un intervalle de \mathbb{R} non réduit à un point.

a) Fonctions à valeurs réelles : continuité, dérivation.

1° Limite et continuité en un point. Opérations sur les limites. Limite d'une fonction monotone. Propriété fondamentale des fonctions continues (admise) : l'image d'un intervalle (respectivement d'un segment) est un intervalle (respectivement un segment).

Continuité de la fonction réciproque d'une fonction strictement monotone et continue sur un intervalle.

2° Dérivée en un point : dérivabilité sur un intervalle. Fonction dérivée. Opérations sur les fonctions dérivées. Dérivée de la composée de deux fonctions, d'une fonction réciproque.

Définition des fonctions de classes C^p , C^α . Dérivée n-ième d'un produit (formule de Leibnitz).

3° Théorème de Rolle, formule des accroissements finis, inégalité des accroissements finis. Caractérisation des fonctions constantes, monotones et strictement monotones.

4° Étude locale des fonctions. Comparaison des fonctions au voisinage d'un point : fonction négligeable devant une autre, fonctions équivalentes (notation $f \sim g$). Comparaison des fonctions exponentielle, puissance et logarithme au voisinage de $+\infty$.

Développements limités, opérations sur les développements limités. Formule de Taylor Young. Développements limités des fonctions usuelles.

5° Fonctions usuelles : fonctions circulaires, circulaires réciproques, logarithmes, exponentielles, puissances, hyperboliques, hyperboliques réciproques.

b) Fonctions à valeurs réelles : intégration sur un segment.

Les seules connaissances exigibles portent sur l'intégration des fonctions continues par morceaux.

1° Linéarité de l'intégrale.

$$\text{Si } a \in \mathbb{R}, \left| \int_a^b f(t) dt \right| \leq \int_a^b |f(t)| dt$$

Additivité par rapport à l'intervalle d'intégration.

Somme de Riemann d'une fonction continue ; convergence de ces sommes.

2° Primitives d'une fonction continue sur un intervalle.

Théorème fondamental du calcul différentiel et intégral ; si f est une fonction continue sur un intervalle I et à un point de I ,

$$\text{La fonction } x \rightarrow \int_a^x f(t) dt$$

est l'unique primitive de f sur I s'annulant au point a ; inversement, pour toute primitive F de f sur I et pour tout couple (a, b) de points I ,

$$\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$$

Intégration par parties, changement de variable. Exemples de calcul de primitives, notamment de fonctions rationnelles, de polynômes trigonométriques.

Formule de Taylor avec reste intégral.

3° Exemples de calcul de valeurs approchées d'une intégrale. Exemples de calcul d'aires planes, de volumes, de masses.

c) Fonctions à valeurs dans \mathbb{C} .

Extension à ces fonctions des notions et propriétés suivantes :

Dérivée en un point. Opérations sur les dérivées. Développements limités, formule de Taylor Young.

Fonction $t \rightarrow e^{it}$ (t réel). Symbole e^z (z complexe), règles de calcul.

Dérivation et intégration de $t \rightarrow e^{at}$ (t réel, a complexe).

Intégration, intégration par parties, formule de Taylor avec reste intégral.

d) Notions sur les intégrales impropres.

Définition de la convergence des intégrales ;

$$\int_a^\alpha f(t) dt ; \text{ extension aux intégrales } \int_a^{+\infty} f(t) dt$$

Convergence des intégrales de Riemann :

$$\int_1^{+\infty} \frac{dt}{t^\alpha} \text{ et } \int_0^1 \frac{dt}{t^\alpha} \text{ où } \alpha \text{ est réel.}$$

Intégrales de fonctions positives : comparaison

dans les cas $f \leq g$ et $f \sim g$.

Intégrales absolument convergentes.

3. Équations différentielles

a) Définition sur un intervalle d'une solution d'une équation différentielle de la forme $y' = f(x, y)$; courbe intégrale (aucun théorème d'existence n'est au programme).

b) Équation différentielle linéaire du premier ordre $ay' + by = c$ où a, b, c sont des fonctions numériques continues sur un même intervalle. Recherche, sur un intervalle où a ne s'annule pas, de la solution satisfaisant à une condition initiale donnée.

c) Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants, dont le second membre est de la forme $e^{mt}P(t)$, P étant un polynôme et m un réel ou un complexe.

4. Notions sur les séries de Fourier

a) Coefficients et série de Fourier d'une fonction 2π -périodique continue par morceaux à valeurs complexes (expression sous forme exponentielle, expression en cosinus et sinus).

b) Théorème de Dirichlet (admis) :

convergence de $\sum_{k=-n}^{k=+n} C_k(f) e^{ikx}$

vers la demi somme des limites à droite et à gauche de f au point x lorsque f est de classe C^1 par morceaux. Formule de Parseval (admise) : expression de l'intégrale du carré du module sur une période à l'aide des coefficients de Fourier lorsque f est continue par morceaux.

Exemples de développement en série de Fourier de fonctions d'une variable réelle.

Notions sur les fonctions de plusieurs variables réelles

Définition d'une application d'une partie de \mathbf{R}^p dans \mathbf{R}^n (se limiter à $n \leq 3, p \leq 3$).

Continuité en un point.

Dérivées partielles d'ordre un et supérieur à un.

Théorème de Schwarz (admis).

II - Algèbre

1. Nombres complexes

a) Corps des nombres complexes ; module d'un nombre complexe. Argument d'un nombre complexe non nul ; notation $e^{i\phi}$.

b) Formule de Moivre. Formules d'Euler. Résolution de l'équation $z^n = a$. Applications trigonométriques de nombres complexes. Lignes de niveau des fonctions $z \rightarrow |z-a|$ et $z \rightarrow \text{Arg}(z-a)$.

c) Transformations géométriques définies par

$$z' = az + b, \text{ et } z' = \bar{z} \text{ et } z' = \frac{1}{z}$$

2. Polynômes et fractions rationnelles

a) Algèbre $\mathbf{K}[X]$ des polynômes à coefficients dans \mathbf{K} (\mathbf{K} est \mathbf{R} ou \mathbf{C}). Degré, division suivant les puissances décroissantes.

Racines, ordre de multiplicité d'une racine. Polynômes irréductibles sur \mathbf{C} ou \mathbf{R} . Factorisation. (La construction de l'algèbre des polynômes formels n'est pas au programme, les candidats n'auront pas à connaître la notion de PGCD).

Fonctions rationnelles : pôles, zéros, ordre de multiplicité d'un pôle ou d'un zéro. Décomposition en éléments simples dans $\mathbf{C}(X)$ et dans $\mathbf{R}(X)$ (admis).

3. Algèbre linéaire

a) Espaces vectoriels sur le corps \mathbf{K} ($\mathbf{K} = \mathbf{R}$ ou \mathbf{C}). 1° Espaces vectoriels, applications linéaires, formes linéaires.

Exemples fondamentaux : espaces de vecteurs du plan et de l'espace, espace \mathbf{K}^n .

Composition des applications linéaires, isomorphismes, endomorphismes, automorphismes. Groupe linéaire $GL(E)$.

2° Combinaisons linéaires, sous-espace vectoriel, sous-espace vectoriel engendré par p vecteurs. Image et noyau d'une application linéaire.

Espace vectoriel $L(E, F)$.

b) Espaces vectoriels de dimension finie.

Dans un espace admettant une famille génératrice finie, définition des familles libres, des familles génératrices et des bases. Exemple fondamental : base canonique de \mathbf{K}^n . Dimension. Rang d'une famille de p vecteurs.

Sous-espaces vectoriels supplémentaires, projecteurs.

c) Matrices.

Espace vectoriel $M_{p,q}(\mathbf{K})$ des matrices à p lignes et q colonnes.

Isomorphisme entre $L(\mathbf{K}^q, \mathbf{K}^p)$ et $M_{p,q}(\mathbf{K})$.

Produit matriciel, transposition. Algèbre $M_n(\mathbf{K})$; matrices inversibles ; groupe linéaire $GL_n(\mathbf{K})$.

Changement de base pour une application linéaire, matrice de passage.

d) Éléments propres.

Valeurs propres, vecteurs propres pour une application linéaire.

Diagonalisation en dimension 2 ou 3.

e) Déterminant d'une matrice.

Calcul du déterminant d'une matrice en dimension 2 et en dimension 3.

f) Système d'équations linéaires.

Pratique de la méthode de Gauss pour la résolution de systèmes d'équations

III - Combinatoire - Statistiques - Probabilités

1. Combinatoire

a) Nombre des applications d'un ensemble à p éléments dans un ensemble à n éléments ; nombre des injections ; arrangements. Nombre des permutations d'un ensemble à n éléments.

b) Nombre des parties à p éléments d'un ensemble à n éléments, combinaison.

c) Formule du binôme.

2. Statistique descriptive

a) Analyse statistique d'une variable observée sur les individus d'une population. Exemples de variables qualitatives et de variables quantitatives : effectifs, fréquences, histogrammes.

Caractéristiques de position (moyenne, médiane, mode, quantile).

Caractéristiques de dispersion (variance, écart-type).

b) Analyse statistique élémentaire de deux variables observées sur les individus d'une population. Tableaux d'effectifs, fréquences marginales, fréquences conditionnelles. Covariance et coefficient de corrélation linéaire. Ajustement affine par la méthode des moindres carrés. Droites de régression.

3. Probabilité

a) Probabilité sur les ensembles finis : vocabulaire des événements, probabilité, équiprobabilité. Exemples simples de dénombrement. Probabilités conditionnelles, événements indépendants.

b) Variables aléatoires.

1° Définition d'une variable aléatoire à valeurs réelles. Événements liés à une variable aléatoire.

2° Variables aléatoires réelles discrètes :

Loi de probabilité. Fonction de répartition $F(x) = P(X \leq x)$; Moments : espérance, variance, écart-type ;

Lois discrètes usuelles : loi uniforme, de Bernoulli, binomiale, de Poisson.

3° Vecteurs aléatoires à valeurs dans \mathbf{R}^2 discrets. Loi de probabilité d'un vecteur à valeurs dans \mathbf{R}^2 . Lois marginales.

Indépendance de deux variables aléatoires réelles ;

Linéarité de l'espérance mathématique. Espérance mathématique du produit de deux variables aléatoires indépendantes. Variance d'une somme de variables aléatoires, covariance.

4° Variables aléatoires à densité.

On dira qu'une variable aléatoire X à valeurs réelles admet une densité f si, quel que soit l'intervalle $[a, b]$ de \mathbf{R} ,

$$p(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(t) dt,$$

où f est une fonction à valeurs réelles positives ayant un nombre fini de points de discontinuité et telle que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 1$$

Moments : espérance, variance, écart-type.

Lois définies par une densité usuelle : loi uniforme, exponentielle, normale.

IV - Géométrie

1. Géométrie du plan et de l'espace

a) Calcul vectoriel.

Produit scalaire, lien avec la norme et la distance. Expression dans une base orthonormale. Relations métriques dans le triangle.

Orthogonalité.

Produit vectoriel dans l'espace orienté.

Systèmes de coordonnées (cartésiennes, polaires, cylindriques, sphériques) ; changement de repère orthonormal.

Barycentre.

b) Configurations.

Droites et plans : direction, parallélisme, intersection, orthogonalité. Angle de deux droites, de deux plans, d'une droite et d'un plan.

Distance d'un point à une droite (à un plan). Équations cartésiennes et représentations paramétriques des droites et plans. Équation normale. Cercles dans le plan : équation cartésienne.

Sphères : équations cartésiennes. Intersection sphère et plan.

Coniques : équation réduite et équation paramétrique d'une conique en repère orthonormal.

c) Applications affines.

Projections, affinités orthogonales ; conservation des barycentres par une application affine. Isométries du plan ; réflexion, rotations, déplacements.

Exemples d'isométries de l'espace ; réflexions, rotations, vissages.

2. Géométrie différentielle des courbes planes

a) Fonction d'une variable réelle à valeurs dans \mathbf{R}^2 : limite, continuité, dérivée en un point ; opération sur les dérivées. Dérivée d'un produit scalaire, d'un produit vectoriel.

Fonction de classe C^p . Définition des développements limités.

b) Étude locale : point régulier ; tangente. Étude de la position locale d'une courbe par rapport à une droite ; branches infinies.

Exemples de construction de courbes paramétrées.

Programme de sciences physiques

Le programme des épreuves écrites des concours externe et interne comporte les domaines des sciences physiques et chimiques auxquels il est fait appel dans les enseignements en vigueur durant l'année scolaire du concours, en CAP, BEP, baccalauréat professionnel ainsi que dans la série STL physique du laboratoire

et des procédés industriels et chimie du laboratoire et des procédés industriels.

On attend notamment des candidats :

- qu'ils possèdent une culture scientifique comportant des références à l'histoire des sciences et des techniques .

- qu'ils sachent mettre en oeuvre, à un niveau post-baccalauréat (STS, DEUG, DUT) les principes et les lois de la chimie et de la physique dans les domaines précisés dans le programme ci-dessus, à l'exception, pour les programmes de baccalauréat professionnel, des unités spécifiques suivantes :

- C13 : Textiles

- C14 : Matériaux inorganiques de construction : ciments, plâtres, verres

- C15 : Céramiques

- O4 : Détecteurs et amplificateurs de lumière.

Pour ces quatre unités spécifiques aucune exigence de niveau post-baccalauréat n'est demandée.

Précisions sur l'utilisation des calculatrices

Pour les épreuves d'admissibilité, les candidats sont autorisés à se servir d'une calculatrice conforme aux spécifications définies par la note n° 99-186 du 16 novembre 1999.

Pour les épreuves d'admission, les calculatrices personnelles ne sont pas autorisées. Une calculatrice est mise à la disposition de chacun des candidats sur le lieu des épreuves.

La présente note **abroge et remplace** la note du 23 juin 1995 publiée au B.O. n° 27 du 6 juillet 1995. (B.O. n° 37 du 11 octobre 2001).

Pour le ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche et par délégation,

Le directeur des personnels enseignants
Pierre-Yves DUWOYE

SESSION 2007

CAPLP

CONCOURS EXTERNE, TROISIÈME CONCOURS

Section : MATHÉMATIQUES - SCIENCES PHYSIQUES

| |
|-------------------------------------|
| <p>COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES</p> |
|-------------------------------------|

Durée : 4 heures

Calculatrice électronique de poche, y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique, à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout autre document et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Ce sujet est composé de quatre exercices :

- *Le premier exercice est un test vrai-faux avec justification.*
- *Le deuxième exercice porte sur l'étude d'une suite récurrente et sur le lien géométrique entre les solutions d'une équation différentielle.*
- *Le troisième exercice étudie un déplacement aléatoire entre les sommets d'un triangle en s'aidant de notions d'algèbre linéaire.*
- *Le quatrième exercice a pour but la détermination du minimum de la somme des distances d'un point de l'espace aux sommets d'un tétraèdre.*

La clarté et la précision des raisonnements, la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Détection d'une erreur éventuelle par le candidat.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement dans sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

N.B. : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Exercice 1

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou si elle est fausse puis :

- si elle est vraie, la démontrer ;
- si elle est fausse, donner un contre-exemple.

1. Toute suite réelle convergente est monotone à partir d'un certain rang.
2. Soient f et g deux fonctions définies de \mathbb{R} dans \mathbb{R} .

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère $M(t)$ le point de coordonnées $(f(t), g(t))$ et on note Γ la courbe décrite par le point $M(t)$ lorsque t décrit \mathbb{R} .

Ainsi Γ est la courbe paramétrée par $\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$, t variant dans \mathbb{R} .

L'affirmation est la suivante : si les fonctions f et g sont paires, la courbe Γ est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées $y'Oy$.

3. La fonction $h : x \mapsto x\sqrt{|x|}$ est dérivable sur \mathbb{R} .
4. Pour une fonction f continue sur l'intervalle $[0; 1]$, si $\int_0^1 f(t) dt = 0$, alors f est la fonction nulle sur l'intervalle $[0; 1]$.

Exercice 2

1. **Étude de la fonction f telle que $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$.**

- a) Déterminer l'ensemble D de tous les nombres réels x pour lesquels $f(x)$ est défini.
- b) On pose désormais $f(0) = 0$. La fonction f est-elle alors continue à droite en 0 ?
- c) La fonction f est-elle dérivable à droite en 0 ?
- d) Étudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variations sur $D \cup \{0\}$.
On y fera apparaître les différentes limites et la valeur de $f(e)$, où e est le nombre réel positif tel que $\ln(e) = 1$.

2. **Étude de la suite v telle que $v_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = f(v_n)$ où f est la fonction étudiée à la question 1.**

- a) Montrer, par récurrence sur n , que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, v_n \geq e.$$

- b) Justifier que la suite v converge et déterminer sa limite.
- c) Montrer que :

$$\forall x \geq e, 0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{4}.$$

- d) Énoncer l'inégalité des accroissements finis.

e) En déduire que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, |v_n - e| \leq \frac{1}{4^n}.$$

f) Déterminer un entier naturel n_1 à partir duquel v_n est une valeur approchée du nombre réel e à au moins 10^{-12} près.

3. Solutions d'une équation différentielle.

Soit K l'intervalle $]1; +\infty[$.

On note E_1 l'équation différentielle suivante : $-x^2 z'(x) + xz(x) = z^2(x)$.

On recherche les fonctions z solutions de E_1 sur l'intervalle K et qui ne s'annulent pas sur K .

a) On pose $y = \frac{1}{z}$. Vérifier que y est solution sur K d'une équation différentielle linéaire du premier ordre que l'on notera E_2 .

b) Résoudre l'équation différentielle E_2 sur l'intervalle K .

On vérifiera ensuite que ces solutions sont de la forme $g_a : x \mapsto \frac{\ln(ax)}{x}$ où a est un nombre réel strictement positif.

Vérifier que, pour tout nombre réel a supérieur ou égal à 1, g_a ne s'annule pas sur K .

On a donc ainsi, pour tout x appartenant à l'intervalle K , $z(x) = \frac{x}{\ln(ax)}$.

c) Pour tout nombre réel a strictement positif, on note C_a la courbe représentative de la fonction $f_a : x \mapsto \frac{x}{\ln(ax)}$ dans le plan muni d'un repère orthonormé d'origine O .

Montrer que la courbe C_a est l'image de la courbe C_1 par une homothétie de centre O dont on précisera le rapport.

Exercice 3

1. Calcul des puissances successives d'une matrice.

On note $\mathcal{B}_c = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ la base canonique de l'espace vectoriel \mathbb{R}^3 . On a donc :

$$\vec{e}_1 = (1, 0, 0), \vec{e}_2 = (0, 1, 0), \vec{e}_3 = (0, 0, 1).$$

On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

On considère l'endomorphisme f de \mathbb{R}^3 dont la matrice dans la base \mathcal{B}_c est A .

a) On considère les vecteurs suivants de \mathbb{R}^3 : $\vec{u}_1 = (1, -2, 1)$, $\vec{u}_2 = (1, 4, 1)$, $\vec{u}_3 = (1, 0, -1)$.

Vérifier que la famille $\mathcal{B}_n = (\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ est une base de l'espace vectoriel \mathbb{R}^3 .

Q est ainsi la matrice de passage de la base \mathcal{B}_c à la base \mathcal{B}_n .

b) Calculer Q^2 et Q^3 et vérifier que Q^3 est combinaison linéaire de I_3 et de Q^2 .

c) En déduire que la matrice Q est inversible, puis déterminer son inverse Q^{-1} .

- d) Vérifier que les vecteurs \vec{u}_1, \vec{u}_2 et \vec{u}_3 sont des vecteurs propres de l'endomorphisme f .
En déduire la matrice A' de l'endomorphisme f dans la base \mathcal{B}_n .
- e) Rappeler le lien entre les matrices A', A et Q .
- f) En déduire, pour tout nombre entier naturel n non nul, l'expression de la matrice A^n en fonction de A', Q et n .

Pour la suite de l'exercice, on admettra que, pour tout nombre entier naturel n non nul :

$$A^n = \frac{2^n}{6} \begin{pmatrix} 2^n + 2(-1)^n & 2^n - (-1)^n & 2^n + 2(-1)^n \\ 2^{n+2} - 4(-1)^n & 2^{n+2} + 2(-1)^n & 2^{n+2} - 4(-1)^n \\ 2^n + 2(-1)^n & 2^n - (-1)^n & 2^n + 2(-1)^n \end{pmatrix}.$$

2. Étude de la loi d'une variable aléatoire.

Dans un jeu, un pion se déplace aléatoirement sur les sommets d'un triangle, notés S_1, S_2, S_3 , selon la règle suivante :

- À l'instant 0, le pion se situe au sommet S_1 .
- Si à l'instant n le pion est au sommet S_1 , alors à l'instant $n + 1$ il sera au sommet S_2 .
- Si à l'instant n le pion est au sommet S_2 , alors à l'instant $n + 1$ il sera au sommet S_1 avec la probabilité $\frac{1}{4}$, au sommet S_2 avec la probabilité $\frac{1}{2}$, au sommet S_3 avec la probabilité $\frac{1}{4}$.
- Si à l'instant n le pion est au sommet S_3 , alors à l'instant $n + 1$ il sera au sommet S_2 .

On appelle X_n la variable aléatoire égale à i si le pion se trouve à l'instant n sur le sommet S_i , et on note a_n, b_n, c_n les probabilités suivantes :

$$a_n = P(\{X_n = 1\}), b_n = P(\{X_n = 2\}), c_n = P(\{X_n = 3\}).$$

- a) On note T_n la matrice à une colonne : $T_n = \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix}$. Préciser les matrices T_0 et T_1 .
- b) Écrire la matrice M , carrée d'ordre 3, dont le terme situé à l'intersection de la i -ième ligne et de la j -ième colonne est égal à la probabilité conditionnelle $P_{\{X_n=j\}}(\{X_{n+1}=i\})$, notée aussi $P(\{X_{n+1}=i\} / \{X_n=j\})$.
- c) Justifier que les conditions d'application de la formule des probabilités totales sont réunies, puis l'utiliser pour montrer que, pour tout nombre entier naturel n :

$$T_{n+1} = MT_n.$$

- d) En déduire l'expression de la matrice T_n en fonction de n, T_0 et A , où A est la matrice étudiée à la question 1.
- e) En déduire les probabilités a_n, b_n, c_n en fonction de n , ainsi que leur limite quand n tend vers $+\infty$.
- f) Vérifier que, pour tout nombre entier naturel n supérieur ou égal à 1, l'espérance de X_n est indépendante de n .

Exercice 4

Dans tout cet exercice, on se place dans l'espace affine euclidien réel \mathcal{E} rapporté à un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = (\text{O}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soient les points $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ et $C(0, 0, 1)$. Pour tout point M de l'espace \mathcal{E} de coordonnées (x, y, z) dans le repère \mathcal{R} , on note indifféremment $\varphi(M)$ ou $\varphi(x, y, z)$ la quantité :

$$\varphi(M) = \varphi(x, y, z) = OM + AM + BM + CM$$

On admettra ici que la quantité $\varphi(M)$ admet un minimum global, noté m , lorsque le point M décrit l'espace \mathcal{E} et on souhaite obtenir la valeur de ce minimum ainsi que le(s) point(s) en le(s)quel(s) ce minimum est réalisé.

1. Calculer et comparer les quantités $\varphi(O)$, $\varphi(A)$, $\varphi(B)$ et $\varphi(C)$.
2. Justifier que $0 \leq m \leq 3$ et que si φ réalise son minimum m en un point P alors $OP \leq 3$.
3. Soit r l'application affine de l'espace \mathcal{E} transformant le point $M(x, y, z)$ en le point $M' = r(M)$ de coordonnées (y, z, x) .
 - a) Déterminer les images par l'application r des points O , A , B et C .
 - b) Vérifier que l'application r est une isométrie, c'est-à-dire que, pour tout couple de points (M, N) de \mathcal{E}^2 , les distances $r(M)r(N)$ et MN sont égales, c'est-à-dire $M'N' = MN$.
 - c) Pour tout point M de l'espace \mathcal{E} , montrer que $\varphi(M) = \varphi(M')$.

4. Soit Δ la droite passant par le point O et de vecteur directeur $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

Soit P un point qui n'est pas sur la droite Δ .

Soient $P' = r(P)$ et $P'' = r(P')$ et soit Q l'isobarycentre des points P , P' et P'' .

- a) Montrer que pour tout point M de l'espace \mathcal{E} , on a : $MQ \leq \frac{1}{3}(MP + MP' + MP'')$.
- b) En déduire que $\varphi(Q) - OQ \leq \varphi(P) - OP$.
- c) Vérifier que $\vec{OQ} \cdot \vec{QP} = 0$ puis que $OQ < OP$ et enfin que $\varphi(Q) < \varphi(P)$.
- d) Si l'application φ réalise son minimum m en un point P , que sait-on désormais sur ce point P ?

5. On considère la fonction Φ définie en tout nombre réel x par $\Phi(x) = \varphi(x, x, x)$.

- a) Montrer que, pour tout nombre réel x négatif ou nul, $\Phi(x) \geq \Phi(0)$.
- b) Étudier le sens de variation de la fonction Φ sur \mathbb{R}^{+*} .
- c) En déduire l'existence d'un point P_0 en lequel l'application φ atteint son minimum.
Déterminer le point P_0 et le minimum de l'application φ .

6. Vérifier que P_0 est le barycentre du système de points pondérés $\{(O, 3), (A, 1), (B, 1), (C, 1)\}$.

On note θ une mesure de l'angle non orienté $\widehat{AP_0B}$, choisie dans l'intervalle $[0; \pi]$.

Déterminer la valeur exacte de $\cos(\theta)$ et une valeur approchée à un degré près par défaut de θ .

Remarque : On pourrait vérifier (mais ceci est admis ici) qu'en fait les mesures des angles $\widehat{OP_0A}$, $\widehat{OP_0B}$, $\widehat{OP_0C}$, $\widehat{AP_0B}$, $\widehat{BP_0C}$ et $\widehat{CP_0A}$ choisies dans l'intervalle $[0; \pi]$ sont toutes égales à θ .

Section : MATHÉMATIQUES - SCIENCES PHYSIQUES

| |
|--|
| <p>COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES (Éléments de correction)</p> |
|--|

Éléments de correction de l'exercice 1

1. L'affirmation est fausse puisque la suite u définie pour tout entier naturel n par $u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ est une suite convergeant vers 0 alors qu'elle n'est pas monotone à cause de l'alternance de son signe.
2. L'affirmation est fausse : par exemple, si on prend $f(t) = t^2 - 1 = g(t)$, alors la courbe paramétrée par f et g est la demi-droite d'origine $A(-1, -1)$ passant par l'origine et cette demi-droite n'est pas symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
3. L'affirmation est exacte puisque f est dérivable par théorèmes généraux sur \mathbb{R}^* et de plus, pour $x \neq 0$, on a

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \sqrt{|x|} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$$

ce qui prouve que f est dérivable en 0 et que $f'(0) = 0$.

4. L'affirmation est fausse puisque si f est la fonction définie par $f(x) = 1 - 2x$, alors f est bien continue sur $[0; 1]$, d'intégrale nulle sur $[0; 1]$ mais f n'est pas constamment nulle sur $[0; 1]$.

Éléments de correction de l'exercice 2

1. **Étude de la fonction f telle que $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$.**

a) Puisque $\ln(x) = 0 \iff x = 1$, f est définie sur $D =]0; 1[\cup]1; +\infty[$.

b) Puisque $x \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0$ et que $\ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} -\infty$, alors on sait que $f(x) = \frac{x}{\ln(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0 = f(0)$ donc f est continue à droite en 0.

c) On a, pour $x > 0$, $\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{1}{\ln(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 0^+} 0$ donc f est dérivable à droite en 0.

d) f est dérivable sur $D =]0; 1[\cup]1; +\infty[$ et on a $\forall x \in D, f'(x) = \frac{\ln(x) - 1}{\ln^2(x)}$.

On a donc $f'(x) > 0 \iff \ln(x) > 1 \iff x > e$.

Ainsi, f est décroissante sur $]0; 1[$, sur $]1; e[$ et est croissante sur $]e; +\infty[$. On a

$$\begin{aligned} f(e) &= e \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= f(0) = 0 \text{ puisque } f \text{ est continue en 0} \\ f(x) &= \frac{x}{\ln(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 1^-} -\infty \text{ puisque } \ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow 1^-} 0^- \\ f(x) &= \frac{x}{\ln(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 1^+} +\infty \text{ puisque } \ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow 1^+} 0^+ \\ f(x) &= \frac{x}{\ln(x)} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty \text{ par croissances comparées} \end{aligned}$$

D'où le tableau suivant

| | | | | |
|---------|---|-----------|-----|-----------|
| x | 0 | 1 | e | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | 0 | - | - | 0 |
| $f(x)$ | 0 | $+\infty$ | e | $+\infty$ |

2. **Étude de la suite v telle que $v_0 = 3$ et $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = \frac{v_n}{\ln(v_n)}$.**

a) Posons $P(n) : "v_n \geq e"$. Alors:

- au rang $n = 0$, on a bien $v_0 \geq e$ puisque $e \simeq 2.718$ à 10^{-3} près. Ainsi $P(0)$ est vraie.
- si, à un rang $n \geq 0$, on a $v_n \geq e$, alors, puisque f est croissante sur $[e; +\infty[$, on a $f(v_n) \geq f(e)$ soit $v_{n+1} \geq e$.

Puisque la propriété P est vraie au rang 0 et qu'elle est héréditaire à partir de ce rang, on sait donc qu'elle est vraie à tout rang $n \geq 0$, ie $\forall n \in \mathbb{N}, v_n \geq e$.

b) On a, pour tout entier naturel $n : v_n \geq e$ d'où $\ln(v_n) \geq 1$ puis $0 < \frac{1}{\ln(v_n)} \leq 1$ et enfin

$\frac{v_n}{\ln(v_n)} \leq v_n$, ce qui assure que la suite v est décroissante. Comme elle est de plus minorée par e , on sait alors qu'elle converge vers une limite $\ell \geq e$.

Puisque f est continue sur $[e; +\infty[$ et que $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = f(v_n)$, on a, par passage à la limite quand n tend vers l'infini, $\ell = \frac{\ell}{\ln(\ell)}$ soit $\ell \ln(\ell) = \ell$ donc $\ell(\ln(\ell) - 1) = 0$ soit $\ell = 0$ ou $\ell = e$. On a donc $\ell = e$ puisqu'on sait que $\ell \geq e$. Au final, la suite v converge vers e .

c) On sait déjà que $\forall x \geq e, 0 \leq f'(x)$. De plus

$$\begin{aligned} f'(x) \leq \frac{1}{4} &\iff \frac{\ln(x) - 1}{\ln^2(x)} \leq \frac{1}{4} \iff 4 \ln(x) - 4 \leq \ln^2(x) \iff \ln^2(x) - 4 \ln(x) + 4 \geq 0 \\ &\iff (\ln(x) - 2)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

ce qui est vrai et donc on a $\forall x \geq e, 0 \leq f'(x) \leq \frac{1}{4}$.

d) Plusieurs versions sont acceptables dont les suivantes:

↔ Soit une fonction f de $[a; b]$ dans \mathbb{R} , continue sur $[a; b]$, dérivable sur $]a; b[$, où $a < b$.
S'il existe deux réels m et M tels que $\forall x \in]a; b[, m \leq f'(x) \leq M$, on a alors
 $m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$.

↔ Soit une fonction f de $[a; b]$ dans \mathbb{R} , continue sur $[a; b]$, dérivable sur $]a; b[$.
S'il existe un réel A tel que $\forall x \in]a; b[, |f'(x)| \leq A$, on a alors

$$|f(b) - f(a)| \leq A|b - a|.$$

↔ Soit I un intervalle. Soit f une fonction de I dans \mathbb{R} dérivable sur I .
S'il existe deux réels m et M tels que $\forall x \in I, m \leq f'(x) \leq M$, on a alors, pour tous réels a et b de I tels que $a < b$: $m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$.

↔ Soit I un intervalle. Soit f une fonction de I dans \mathbb{R} dérivable sur I .
S'il existe un réel A tel que $\forall x \in I, |f'(x)| \leq A$, on a alors $|f(b) - f(a)| \leq A|b - a|$
pour tous réels a et b dans I .

e) La fonction f est continue sur D et donc elle l'est sur $[e, v_n] \subset]1; +\infty[$. Elle est aussi dérivable sur D donc sur $]e; v_n[$. On sait enfin que $\forall x \in]e; v_n[, |f'(x)| \leq \frac{1}{4}$. Par application de l'inégalité des accroissements finis, on a donc

$$\forall n \in \mathbb{N}, |f(v_n) - f(e)| \leq \frac{1}{4} |v_n - e| \text{ soit en fait } \forall n \in \mathbb{N}, |v_{n+1} - e| \leq \frac{1}{4} |v_n - e|$$

Posons alors $P(n)$: " $|v_n - e| \leq \frac{1}{4^n}$ ".

- au rang $n = 0$, on a bien $|v_0 - e| = |3 - e| = 3 - e \leq 3 - 2 = 1 = \frac{1}{4^0}$ donc la propriété P est vraie au rang 0.
- Supposons que l'on ait $|v_n - e| \leq \frac{1}{4^n}$ vraie à un rang $n \geq 0$. Alors, on sait que $|v_{n+1} - e| \leq \frac{1}{4} |v_n - e|$ et donc $|v_{n+1} - e| \leq \frac{1}{4} \times \frac{1}{4^n} = \frac{1}{4^{n+1}}$. La propriété P est donc héréditaire à partir du rang 0.

On a donc prouvé par récurrence sur n que $\forall n \in \mathbb{N}, |v_n - e| \leq \frac{1}{4^n}$.

f) v_n est une valeur approchée de e à au moins 10^{-12} près si $|v_n - e| \leq 10^{-12}$. Ceci est vrai dès que $\frac{1}{4^n} \leq 10^{-12}$. Or

$$\frac{1}{4^n} \leq 10^{-12} \iff 4^n \geq 10^{12} \iff n \ln(4) \geq 12 \ln(10) \iff n \geq \frac{12 \ln(10)}{\ln(4)} \simeq 19,93$$

Finalement, pour $n \geq 20$, on a $|v_n - e| \leq \frac{1}{4^n} \leq \frac{1}{4^{20}} \leq 10^{-12}$ ce qui signifie qu'à partir du rang $n_1 = 20$, v_n est une valeur approchée de e à au moins 10^{-12} près.

3. Solutions d'une équation différentielle.

- a) On a sur K , $z = \frac{1}{y}$ d'où $z' = -\frac{y'}{y^2}$. Le fait que z vérifie (E) débouche alors sur le fait que y vérifie l'équation différentielle linéaire du premier ordre : $x^2 y'(x) + xy(x) = 1$.
- b) Puisque $x \neq 0$ sur K , l'équation homogène $(H_2) : x^2 y'(x) + xy(x) = 0$ est équivalente à $y'(x) + \frac{1}{x}y(x) = 0$ sur K et admet donc sur K pour solutions les fonctions y_H données par

$$y_H(x) = C \exp\left(-\int \frac{1}{x} dx\right) = C \exp(-\ln(x)) = \frac{C}{x}$$

On cherche alors une solution particulière de $x^2 y'(x) + xy(x) = 1$ qui soit de la forme $y(x) = \frac{h(x)}{x}$.

On aboutit à $h'(x) = \frac{1}{x}$ et donc $h(x) = \ln(x)$ convient.

Les fonctions y solutions de (E_2) sur K sont donc de la forme $y(x) = \frac{C + \ln(x)}{x}$ avec C constante réelle quelconque.

Si on pose $a = e^C > 0$, on a $C = \ln(a)$ et donc les solutions y de (E_2) vérifient

$$y(x) = \frac{\ln(a) + \ln(x)}{x} = \frac{\ln(ax)}{x} = g_a(x).$$

Pour x appartenant à K et pour $a \geq 1$, on a

$$g_a(x) = 0 \iff \ln(ax) = 0 \iff ax = 1 \iff x = \frac{1}{a}.$$

Or, pour $a \geq 1$, $\frac{1}{a} \leq 1$ et donc, dans ce cas, la fonction g_a ne peut pas s'annuler sur $]1; +\infty[$.

- c) La courbe (Γ_g) d'une fonction g quelconque est l'image par l'homothétie de centre 0 de rapport λ de la courbe (Γ_f) d'une fonction f quelconque si cette homothétie h envoie tout point $M(x, f(x))$ de la courbe de f en un point de la courbe de g . Or, $h(M)$ est le point $N(\lambda x, \lambda f(x))$. Ce point sera donc sur la courbe de g si on a $\lambda f(x) = g(\lambda x)$.

En fait, ceci traduit seulement le fait que $h(\Gamma_f) \subset \Gamma_g$ mais l'inclusion inverse découle du fait que la relation

$\lambda f(x) = g(\lambda x)$ donne, en posant $x' = \lambda x$, $\frac{1}{\lambda}g(x') = f\left(\frac{1}{\lambda}x'\right)$, ce qui signifie que $h^{-1}(\Gamma_g) \subset \Gamma_f$ d'où $\Gamma_g \subset h(\Gamma_f)$.

Or, ici on a $f_1(ax) = \frac{ax}{\ln(ax)} = af_a(x)$ donc C_1 est l'image de C_a par l'homothétie de centre

O et de rapport a et donc C_a est l'image de C_1 par l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{1}{a}$.

Éléments de correction de l'exercice 3

1.

a) Cette famille est libre (vérification à l'aide de la définition ou utilisation du rang ou utilisation du déterminant) et comporte trois éléments d'un espace vectoriel de dimension 3 (\mathbb{R}^3 en l'occurrence ici). Il s'agit donc d'une base de \mathbb{R}^3 .

b) On obtient que

$$Q^2 = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 0 \\ -10 & 14 & -2 \\ -2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$
$$Q^3 = \begin{pmatrix} -12 & 24 & 0 \\ -40 & 44 & -8 \\ -8 & 16 & -4 \end{pmatrix} = 4Q^2 - 12I_3.$$

c) On a donc $4Q^2 - Q^3 = 12I_3$ soit encore $Q \times \left(\frac{1}{12}(4Q - Q^2)\right) = \left(\frac{1}{12}(4Q - Q^2)\right) \times Q = I_3$ donc Q est bien inversible et

$$Q^{-1} = \frac{1}{12}(4Q - Q^2) = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

d) On observe que

$$A \times {}^t\vec{u}_1 = -2 \times {}^t\vec{u}_1$$
$$A \times {}^t\vec{u}_2 = 4 \times {}^t\vec{u}_2$$
$$A \times {}^t\vec{u}_3 = 0 \times {}^t\vec{u}_3$$

Ainsi, $f(\vec{u}_1) = -2\vec{u}_1$, $f(\vec{u}_2) = 4\vec{u}_2$, $f(\vec{u}_3) = \vec{0}$ ce qui signifie bien que les vecteurs \vec{u}_1 , \vec{u}_2 et \vec{u}_3 sont des vecteurs propres de f . On a ainsi :

$$A' = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

e) Il s'agit de la formule de changement de base pour la matrice d'un endomorphisme:

$$A' = Q^{-1}AQ.$$

f) On obtient par récurrence sur n que $A^n = QA^nQ^{-1}$.

2.

a) On a $T_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $T_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

b) On obtient que $M = \frac{1}{4}A$.

- c) Pour un entier naturel n fixé, les événements $\{X_n = 1\}$, $\{X_n = 2\}$ et $\{X_n = 3\}$ forment clairement un système complet d'événements et donc on peut utiliser la formule des probabilités totales : pour tout événement U , on a

$$\begin{aligned} P(U) &= P(\{X_n = 1\}) P(U/\{X_n = 1\}) + P(\{X_n = 2\}) P(U/\{X_n = 2\}) \\ &\quad + P(\{X_n = 3\}) P(U/\{X_n = 3\}) \\ &= a_n \times P(U/\{X_n = 1\}) + b_n \times P(U/\{X_n = 2\}) + c_n \times P(U/\{X_n = 3\}) \end{aligned}$$

Si on applique cette formule successivement à l'événement $\{X_{n+1} = i\}$ pour $i = 1, 2, 3$ on obtient que

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= \frac{1}{4}b_n \\ b_{n+1} &= a_n + \frac{1}{2}b_n + c_n \\ c_{n+1} &= \frac{1}{4}b_n \end{aligned}$$

ce qui donne immédiatement $T_{n+1} = MT_n$.

- d) On a donc (par récurrence immédiate), pour tout entier n , $T_n = M^n T_0 = \frac{1}{4^n} A^n T_0$.

- e) On obtient que

$$\begin{aligned} T_n &= \frac{1}{6 \times (2^n)} \begin{pmatrix} 2(-1)^n + 2^n \\ 2^{n+2} - 4(-1)^n \\ 2(-1)^n + 2^n \end{pmatrix} \\ a_n &= P(X_n = 1) = \frac{1}{6 \times (2^n)} (2(-1)^n + 2^n) = \frac{1}{6} \left(2 \left(-\frac{1}{2} \right)^n + 1 \right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{6} \\ b_n &= P(X_n = 2) = \frac{1}{6 \times (2^n)} (2^{n+2} - 4(-1)^n) = \frac{1}{6} \left(4 - 4 \left(-\frac{1}{2} \right)^n \right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{2}{3} \\ c_n &= P(X_n = 3) = \frac{1}{6 \times (2^n)} (2(-1)^n + 2^n) = \frac{1}{6} \left(2 \left(-\frac{1}{2} \right)^n + 1 \right) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{6} \end{aligned}$$

- f) On obtient que

$$E(X_n) = 1 \times P(X_n = 1) + 2 \times P(X_n = 2) + 3 \times P(X_n = 3) = 2$$

Éléments de correction de l'exercice 4

1. On obtient, après calcul, que

$$\varphi(O) = 3 < \varphi(A) = \varphi(B) = \varphi(C) = 1 + 2\sqrt{2} \text{ puisque } 1 < \sqrt{2}$$

2. La quantité $\varphi(M)$, en tant que somme de longueurs, est toujours positive ou nulle et donc sa valeur minimale l'est également, ie $m \geq 0$.

Par définition d'un minimum, on a $m \leq \varphi(M)$ pour tout point M de l'espace. On a donc notamment $m \leq \varphi(O)$ soit $m \leq 3$.

Enfin, si φ réalise son minimum m en P , on a $m = \varphi(P) = OP + AP + BP + CP$. Comme $m \leq 3$, on a donc

$$OP = m - AP - BP - CP \leq 3 - AP - BP - CP \leq 3$$

puisque les longueurs AP, BP et CP sont positives ou nulles.

3.

a) On a immédiatement $r(O) = O, r(A) = C, r(B) = A$ et $r(C) = B$.

b) La vérification est immédiate.

c) On a

$$\begin{aligned} \varphi(M') &= OM' + AM' + BM' + CM' = r(O)r(M) + r(B)r(M) + r(C)r(M) + r(A)r(M) \\ &= OM + BM + CM + AM \text{ d'après la question b)} \\ &= \varphi(M) \end{aligned}$$

4.

a) Puisque Q est l'isobarycentre de P, P', P'' , on a, pour tout point M de l'espace,

$$\overrightarrow{MQ} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MP'} + \overrightarrow{MP''}).$$

De plus, on a, pour tous vecteurs \vec{u} et \vec{v} : $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$. On en tire donc que

$$\|\overrightarrow{MQ}\| \leq \frac{1}{3} (\|\overrightarrow{MP}\| + \|\overrightarrow{MP'}\| + \|\overrightarrow{MP''}\|).$$

b) En évaluant le résultat précédent en M égal à A, B et C , on obtient

$$\begin{aligned} AQ &\leq \frac{1}{3} (AP + AP' + AP'') \\ BQ &\leq \frac{1}{3} (BP + BP' + BP'') \\ CQ &\leq \frac{1}{3} (CP + CP' + CP'') \end{aligned}$$

En sommant ces trois inégalités, on obtient bien que

$$\varphi(Q) - OQ \leq \frac{1}{3} (\varphi(P) - OP + \varphi(P') - OP' + \varphi(P'') - OP'')$$

et donc $\varphi(Q) - OQ \leq \varphi(P) - OP$ car d'une part, $\varphi(P) = \varphi(P') = \varphi(P'')$ d'après la question 3.c), et d'autre part pour $P(x, y, z)$, on a $P'(y, z, x), P''(z, x, y)$ et donc $OP = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = OP' = OP''$.

- c) Si on pose P de coordonnées (x, y, z) , on obtient que $P'(y, z, x)$, $P''(z, x, y)$ et que Q a pour coordonnées $(\frac{x+y+z}{3}, \frac{x+y+z}{3}, \frac{x+y+z}{3})$ et donc

$$\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{QP} = \frac{x+y+z}{3} \left[(1, 1, 1) \cdot \left(\frac{2x-y-z}{3}, \frac{-x+2y-z}{3}, \frac{-x-y+2z}{3} \right) \right] = 0$$

Donc si $Q \neq O$, le triangle OQP est rectangle en Q . On a donc $OP^2 = OQ^2 + QP^2$. Comme on a supposé que $P \notin \Delta$, on a donc $P \neq Q$ (puisque Q est lui sur Δ) et donc $QP > 0$. On en déduit donc que $OP^2 > OQ^2$ d'où $OP > OQ$.

Si $Q = O$, on a également $OP > OQ = 0$ puisque $P \notin \Delta$ et donc $P \neq O$.

On a donc $\varphi(Q) - OQ \leq \varphi(P) - OP$ d'où $\varphi(Q) \leq \varphi(P) + OQ - OP < \varphi(P)$ puisque $OQ - OP < 0$.

- d) À l'aide des questions précédentes, si φ réalise son minimum m en un point P , on sait désormais que $OP \leq 3$ et que $P \in \Delta$ car si tel n'est pas le cas, on vient de voir qu'il existe un point Q de Δ en lequel $\varphi(Q) < \varphi(P)$, ce qui contredit le fait que φ est minimale en P .

5.

- a) On a $\Phi(x) = \sqrt{3x^2} + 3\sqrt{(x-1)^2 + 2x^2} = \sqrt{3}(-x) + 3\sqrt{(x-1)^2 + 2x^2}$ si $x \leq 0$. Ainsi, lorsque $x \leq 0$, on a $\sqrt{3}(-x) \geq 0$ et $\sqrt{(x-1)^2 + 2x^2} = \sqrt{3x^2 + 2(-x) + 1} \geq \sqrt{1}$ d'où $\Phi(x) \geq 0 + 3 \times \sqrt{1} = 3 = \Phi(0)$.
- b) Sur \mathbb{R}^{+*} , on a $\Phi(x) = x\sqrt{3} + 3\sqrt{3x^2 - 2x + 1}$. Comme le discriminant du trinôme $3x^2 - 2x + 1$ est négatif, cette quantité est strictement positive sur \mathbb{R} . Ainsi, Φ est dérivable sur \mathbb{R}^{+*} et on a, pour tout $x > 0$:

$$\Phi'(x) = \sqrt{3} + 3 \frac{3x-1}{\sqrt{3x^2-2x+1}}$$

On voit donc clairement ici que pour $3x-1 > 0$, ie pour $x > \frac{1}{3}$, on a $\Phi'(x) > 0$. Ainsi, la fonction Φ est strictement croissante sur $\left] \frac{1}{3}; +\infty \right[$. Sur $\left] 0; \frac{1}{3} \right[$, $1-3x > 0$ et donc

$$\Phi'(x) > 0 \iff \sqrt{3} > 3 \frac{1-3x}{\sqrt{3x^2-2x+1}} \iff 3(3x^2-2x+1) > 9(1-3x)^2 \iff 12x^2-8x+1 < 0$$

Les racines de ce trinôme étant $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{2}$, on a donc $\Phi'(x) < 0$ sur $\left] 0; \frac{1}{6} \right[$ et $\Phi'(x) > 0$ sur $\left] \frac{1}{6}; \frac{1}{2} \right[$. Finalement, la fonction Φ est strictement décroissante sur $\left] 0; \frac{1}{6} \right[$ et est strictement croissante sur $\left] \frac{1}{6}; +\infty \right[$.

- c) Le résultat est assez immédiat en tenant compte des **trois** questions précédentes. On a donc $P_0 \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6} \right)$ et $m = \varphi(P_0) = \phi \left(\frac{1}{6} \right) = \frac{\sqrt{3}}{6} + 3 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$.

6. On vérifie aisément que $3\overrightarrow{OP_0} + \overrightarrow{AP_0} + \overrightarrow{BP_0} + \overrightarrow{CP_0} = \vec{0}$ ce qui justifie bien que P_0 est barycentre du système de points pondérés $\{(O, 3), (A, 1), (B, 1), (C, 1)\}$. De plus, on a

$$\overrightarrow{P_0A} \cdot \overrightarrow{P_0B} = \left(\frac{5}{6}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{6} \right) \cdot \left(-\frac{1}{6}, \frac{5}{6}, -\frac{1}{6} \right) = -\frac{1}{4}$$

et comme $\overrightarrow{P_0A} \cdot \overrightarrow{P_0B} = P_0A \times P_0B \times \cos \left(\widehat{\overrightarrow{P_0A}, \overrightarrow{P_0B}} \right)$, on en déduit que $\cos \left(\widehat{\overrightarrow{P_0A}, \overrightarrow{P_0B}} \right) = -\frac{1}{3}$

et donc que $\theta = \arccos \left(-\frac{1}{3} \right) \simeq 1,91$ radian soit $\theta \simeq 109$ degrés par défaut.

RAPPORT CONCERNANT L'ÉPREUVE ÉCRITE DE MATHÉMATIQUES 2007 CAPLP EXTERNE MATHÉMATIQUES-SCIENCES

Le sujet était assez long mais la variété des domaines mathématiques concernés permettait à chacun de répondre aux parties correspondant le mieux à ses connaissances. Il demandait, en outre, de la rigueur et du soin, compétences nécessaires pour enseigner.

Le premier exercice a été en général abordé. À partir de propositions simples, il évaluait la capacité des candidats à lire une proposition, à l'analyser et à justifier son choix.

Le second exercice a été abordé par tous les candidats et a été, en général, le mieux réussi, essentiellement dans la première partie.

Le troisième exercice, qui testait les connaissances des candidats dans le calcul matriciel et les probabilités, a rebuté de nombreux candidats mais ceux qui l'ont abordé ont, en grande partie, su traiter correctement plus de la moitié de l'exercice.

Par son positionnement en fin d'énoncé, le dernier exercice a été, généralement, le moins traité. Les candidats ont rarement dépassé le cap de la troisième question.

Commentaires sur les copies

Un premier élément d'évaluation d'une copie est le soin apporté à la présentation des réponses, rappelons à ce sujet qu'il appartient au candidat de soigner la qualité de sa copie, tant au niveau de l'écriture qu'aux niveaux de l'orthographe et de la précision du vocabulaire utilisé.

Par ailleurs, il semble opportun d'insister sur la nécessité pour les candidats de lire avec attention les questions posées et d'y répondre de manière simple et complète.

Il est important de bien connaître les énoncés des théorèmes fondamentaux figurant au programme. Rare sont les copies où ces énoncés sont rigoureusement écrits. De plus, il est indispensable de vérifier explicitement, avant de les appliquer, que les hypothèses nécessaires à l'utilisation d'un théorème sont vérifiées.

Même si l'utilisation de la calculatrice est conseillée, il n'est pas inutile de justifier les résultats obtenus. Il faut souligner le fait que le jury est sensible à la sincérité des candidats et n'est jamais dupe face à l'apparition de résultats « miraculeux » dans une démonstration hésitante.

Dans le premier exercice

Les consignes de l'énoncé signifiaient clairement le type de réponses attendues et leur précision.

Pour montrer qu'une affirmation était fausse, il suffisait d'exhiber un contre-exemple sans oublier d'expliquer en quoi il montre que l'affirmation est fausse.

Il ne s'agissait en aucun cas de transformer cette affirmation pour la rendre valide.

La correction des copies a mis en évidence le fait que certaines notions (suites convergentes, courbes paramétrées, ensemble de dérivabilité de la fonction racine carrée) ne sont pas toujours bien maîtrisées.

Dans le deuxième exercice

C'est l'exercice qui a été le plus souvent traité ; il a été abordé par presque tous les candidats.

Question 1 :

On constate encore trop souvent la confusion entre les notions de continuité et de dérivabilité.

L'étude d'une fonction doit notamment comprendre les éléments suivants : vérification de la dérivabilité de la fonction, étude exhaustive du signe de sa dérivée, étude rigoureuse des limites. Certaines de ces étapes ont souvent été survolées.

Question 2 :

On rappelle que le raisonnement par récurrence se déroule en trois étapes : l'initialisation, l'hérédité (souvent mal présentée du fait de la mauvaise utilisation des quantificateurs) et la conclusion.

Attention aux manipulations des inégalités, notamment lors du passage à l'inverse.

La question de cours sur l'inégalité des accroissements finis est souvent laissée de côté, et lorsqu'elle est donnée correctement, peu de candidats vérifient que les conditions sont remplies dans le cas particulier de la question e).

Question 3 :

Le changement de variable dans l'équation différentielle est mal compris et de nombreux candidats, confondant fonction et variable, n'arrivent pas à l'équation linéaire annoncée. L'homothétie finale est très peu étudiée.

Dans le troisième exercice

Question 1 :

Les notions de familles libres, familles génératrices et bases ne sont pas suffisamment maîtrisées et sont parfois utilisées maladroitement. Par exemple, sur certaines copies, des candidats montrent que la famille est libre et affirment qu'elle est donc une base sans mentionner la dimension de l'espace vectoriel.

Les calculs de puissances ou d'inverse de matrice contiennent parfois des erreurs alors que la calculatrice est autorisée.

Enfin, beaucoup de candidats font de très longs calculs pour déterminer complètement les éléments propres de la matrice, alors que les vecteurs propres sont donnés et qu'une simple vérification suffit alors.

Question 2 :

Elle a été peu traitée.

Rappelons que l'utilisation de la formule des probabilités totales devait être justifiée.

Dans le quatrième exercice

C'est l'exercice le moins souvent abordé puisque très peu de candidats sont allés au-delà de la troisième question. Par ailleurs, l'objectif même de cet exercice a été rarement compris.

La relation vectorielle définissant l'isobarycentre n'est pas toujours connue. De plus, le manque de rigueur dans les notations (confusion entre vecteurs et distances) est très préjudiciable et amène les candidats à écrire des égalités fausses voire insensées comme par exemple une égalité entre un vecteur et un nombre réel.

En conclusion

Le soin apporté à la présentation de la copie, à la rigueur de la rédaction et à la cohérence des réponses est un élément essentiel à l'évaluation d'un futur enseignant.

Chaque affirmation et chaque réponse doivent être justifiées de manière précise.

Les théorèmes fondamentaux et les principales définitions doivent être parfaitement connus.

Il est important de gérer correctement son temps durant l'épreuve ; il est notamment nécessaire de prendre soin de lire l'énoncé en entier et de repérer ainsi, dans les différents exercices, des questions abordables qu'il serait regrettable de ne pas traiter faute de temps.

Le jury espère que toutes ces remarques, ainsi que celles faites dans les rapports précédents, permettront aux futurs candidats à ce concours de mieux le préparer et ainsi de le réussir.

Session de 2007

CAPLP

Concours externe. Troisième concours

Section : MATHÉMATIQUES-SCIENCES PHYSIQUES

*Composition de **PHYSIQUE-CHIMIE***

Durée : 4 heures

Calculatrice autorisée (conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999).

Il est recommandé aux candidats de partager également le temps entre la physique et le chimie.

La composition comporte deux exercices de chimie et trois exercices de physique que les candidats peuvent résoudre dans l'ordre qui leur convient, tout en respectant la numérotation de l'énoncé.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Les correcteurs tiennent le plus grand compte des qualités de soin et de présentation.

Plan du sujet :

EXERCICE 1 : Degré d'acidité d'un vinaigre.

EXERCICE 2 : Synthèses organiques.

EXERCICE 3 : Repérage de températures.

EXERCICE 4 : Lentilles.

La page 10/10 est une annexe à rendre avec la copie.

Exercice I : degré d'acidité d'un vinaigre

Données à 298 K :

Constante d'acidité de l'acide éthanoïque : $pK_a = 4,8$

Produit ionique de l'eau : $pK_e = 14$

Masse molaire de l'acide éthanoïque : $M = 60,1 \text{ g.mol}^{-1}$

I.A. Etude de solutions acides

Les pH de solutions d'acide chlorhydrique et d'acide éthanoïque de même concentration $C = 0,0100 \text{ mol.L}^{-1}$ valent respectivement 2,0 et 3,4.

I.A.1. Préciser le nom usuel de l'acide éthanoïque.

I.A.2. Nommer la fonction organique présente dans l'acide éthanoïque.

I.A.3. Ecrire l'équation associée à la dissociation de l'acide éthanoïque dans l'eau. Nommer la base conjuguée de l'acide éthanoïque.

I.A.4. Définir et calculer la valeur du coefficient de dissociation α de l'acide éthanoïque.

I.A.5. Retrouver alors, à partir des valeurs de α et du pH de la solution de concentration C , la valeur du pK_a de l'acide éthanoïque.

I.A.6. Comparer les forces de l'acide éthanoïque et de l'acide chlorhydrique en justifiant votre réponse.

I.A.7. Etablir sur une échelle de pH le diagramme de prédominance relatif à l'acide éthanoïque et à sa base conjuguée. *On admettra que la concentration d'une espèce X est négligeable devant celle d'une espèce Y si $[X] \leq [Y]/10$.*

I.B. Dosage de l'acide éthanoïque dans du vinaigre

Le but de cette partie est de déterminer le degré d'acidité d'un vinaigre, c'est à dire la masse d'acide éthanoïque, exprimée en gramme, présente dans 100 g de vinaigre.

On admet que le seul acide présent dans le vinaigre est l'acide éthanoïque et que la densité du vinaigre vaut 1,00 à 298 K.

Le vinaigre est dilué dix fois pour préparer 100,0 mL d'une solution S de vinaigre dilué. Le protocole opératoire suivant est proposé pour doser l'acide éthanoïque dans le vinaigre :

- Introduire dans un becher de 100 mL, $V_1 = 20,0 \text{ mL}$ de la solution S.
- Ajouter 20 mL d'eau distillée.

- Placer dans la solution la sonde pH-métrique et la relier à un pH-mètre.
- Doser à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire volumique $C = 0,100 \text{ mol.L}^{-1}$.

La valeur du volume équivalent $V_e = 19,80 \text{ mL}$ est alors déterminée graphiquement.

- I.B.1. Décrire le protocole opératoire pour réaliser la dilution.
- I.B.2. Proposer un schéma annoté du montage utilisé pour réaliser ce dosage et décrire de façon sommaire la sonde pH-métrique.
- I.B.3. Ecrire l'équation de la réaction de dosage.
- I.B.4. Calculer la valeur de sa constante d'équilibre K_e . Conclure.
- I.B.5. Calculer la valeur de la concentration C_1 en acide éthanoïque de la solution S puis celle de la concentration C_0 du vinaigre en acide éthanoïque.
- I.B.6. En déduire la valeur du degré d'acidité du vinaigre.
- I.B.7. Calculer la valeur du pH initial avant tout ajout de solution d'hydroxyde de sodium. Justifier les approximations éventuelles.
- I.B.8. Quelles sont les espèces chimiques majoritaires présentes à l'équivalence ?
- I.B.9. La valeur du pH à l'équivalence est-elle supérieure, inférieure ou égale à 7 ? Justifier votre réponse.
- I.B.10. Calculer la valeur du pH à la demi-équivalence. Justifier les approximations éventuelles.
- I.B.11. Calculer la valeur du pH de la solution pour un volume versé V_2 d'hydroxyde de sodium de 25,00 mL. Les approximations éventuelles ne seront pas justifiées.
- I.B.12. Dessiner l'allure de la courbe de dosage pH-métrique obtenue.
- I.B.13. Citer deux méthodes permettant de repérer l'équivalence sur cette courbe.
- I.B.14. Pourquoi ajoute-t-on de l'eau distillée ? Quel est l'effet de la dilution sur l'allure de la courbe de dosage ? (préciser notamment qualitativement l'influence de la dilution sur la valeur du pH initial, du pH à la demi équivalence et à l'équivalence)
- I.B.15. Est-il nécessaire de connaître avec précision la quantité d'eau introduite pour réaliser ce dosage ? Justifier votre réponse.

Exercice II : synthèses organiques

Un groupe d'élèves d'une classe de lycée professionnel décide dans le cadre des PPCP (Projet Pluridisciplinaire à Caractère Professionnel) de réaliser et suivre des synthèses organiques, celles d'un ester E de formule $\text{HCOO-C}_2\text{H}_5$ et d'un ester M.

Données à 298 K :

Masses molaires :

| Atome | H | C | N | O |
|--------------------------|---|----|----|----|
| M en g.mol^{-1} | 1 | 12 | 14 | 16 |

Propriétés :

| | Masse volumique (g.cm^{-3}) | Température d'ébullition ($^{\circ}\text{C}$) | Solubilité dans l'eau |
|-------------------|---|--|--------------------------|
| Acide éthanoïque | 1,05 | 117,9 | Totale |
| Acide méthanoïque | 1,22 | 100,7 | Totale |
| Ethanol | 0,79 | 78,5 | Totale |
| Méthanol | 0,79 | 65,0 | Totale |
| Ester E | 0,91 | 54,3 | Faible |
| Ester M | 0,97 | 31,5 | Moyenne |

Extrait d'un catalogue de produits chimiques :

| METHANOL | |
|--|---|
| Autre nom : alcool méthylique, carbinol. |  |
| M= 32,04 | F - Facilement inflammable |
| d= 0,79 | |
| E= 65 $^{\circ}\text{C}$ | |
| F= - 98 $^{\circ}\text{C}$ | |
| R : 11-23/24/25-39/23/24/25 |  |
| S : 2-7-16-36/37-45 | T - Toxique |
| CAS : 67-56-1 | |

II.A. L'ester E

- II.A.1. Ecrire la formule développée de l'ester E.
- II.A.2. Donner son nom en nomenclature systématique.
- II.A.3. Calculer la masse molaire de cet ester.
- II.A.4. Dans le commerce spécialisé, on trouve des flacons de 50 mL d'ester E.
Quelle quantité de matière contient le flacon ?

II.B. Synthèse de l'ester E

Les élèves trouvent au cours de leurs recherches que la synthèse nécessite un alcool A et un réactif B. Le protocole opératoire suggère de réaliser un montage à reflux puis d'introduire dans le ballon 31 mL d'alcool A, 20 mL du produit B ainsi que quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et quelques grains de pierre ponce. Dans les livres, il est stipulé que le rendement de cette synthèse est de 67% d'ester obtenu après relargage.

- II.B.1. Nommer l'alcool A.
- II.B.2. Ecrire la formule développée du réactif B.
- II.B.3. Ecrire l'équation associée à la réaction d'estérification.
- II.B.4. Quelles sont les propriétés caractéristiques de cette réaction d'estérification ?
- II.B.5. Faire un schéma annoté du montage à réaliser.
- II.B.6. Pourquoi ajoute-t-on de l'acide sulfurique ?
- II.B.7. Pourquoi ajoute-t-on de la pierre ponce ?
- II.B.8. Dresser un tableau d'avancement pour cette réaction.
- II.B.9. Quelle masse d'ester E peut-on espérer obtenir ?
- II.B.10. Proposer une technique pour extraire l'ester E en fin de réaction.
- II.B.11. En modifiant les quantités initiales de réactifs, comment peut-on améliorer le rendement ?
- II.B.12. Quel est l'intérêt de chauffer pour réaliser cette transformation chimique ?
- II.B.13. Ecrire l'équation associée à une autre réaction permettant d'obtenir un rendement de 100% lors de la synthèse de E.

II.C. Amélioration du rendement

Les élèves souhaitent améliorer le rendement de la réaction d'estérification. Dans un manuel, on leur propose la synthèse de l'ester M en utilisant un montage de distillation fractionnée. De l'acide méthanoïque, du méthanol et toujours quelques gouttes d'acide sulfurique concentré sont introduits dans le réacteur. Ce dispositif permet d'espérer un rendement proche de 100%.

Le livre insistant sur la nécessité de connaître la température en tête de colonne à distiller, les élèves décident de fabriquer un thermomètre électronique qui sera étudié dans un autre exercice.

- II.C.1. Que signifient les lettres « R » et « S » dans la fiche extraite du catalogue ?
- II.C.2. Faire un schéma annoté du montage.
- II.C.3. Quelle est la composition des premières gouttes récupérées au cours de la distillation ?
- II.C.4. Quelle est alors la température en tête de colonne ? Justifier.
- II.C.5. Comment évolue cette température tant que la nature du produit qui s'écoule ne change pas ?
- II.C.6. Comment déterminer expérimentalement la fin de la réaction ?
- II.C.7. A quelle condition un tel dispositif expérimental permet-il d'améliorer le rendement d'une réaction d'estérification ?

Exercice III : repérage de températures

Pour faire des relevés de température, des élèves effectuent des recherches sur le repérage de la température.

III.A. Le thermomètre à liquide

Il est constitué d'une réserve à liquide surmontée d'un long tube fin. Historiquement, le liquide était de l'alcool, mais on peut aussi utiliser du mercure.

La construction de ce genre de tube a été réalisée au début du XVIII^{ème} siècle, mais encore fallait-il graduer le tube.

III.A.1. L'échelle Celsius utilise pour sa définition deux phénomènes physiques auxquels on attribue les températures 0°C et 100°C. Quels sont ces deux phénomènes physiques ?

III.A.2. L'échelle Celsius est qualifiée de « centésimale » : quelle est la signification de ce terme ?

III.A.3. Citer une des propriétés physiques remarquables du mercure.

III.A.4. Les thermomètres médicaux à mercure sont interdits à la vente depuis 1998. Quel argument a motivé ce retrait ?

III.B. Etalonnage d'une sonde de platine (Pt100)

La résistance électrique d'un conducteur métallique croît avec la température. Cette variation de résistance est réversible. Comme métal, on peut utiliser l'or, le cuivre, le nickel ou le platine.

Un protocole expérimental propose de plonger une sonde de platine et un thermomètre à alcool (supposé correctement étalonné) dans un ballon contenant de l'eau. Un chauffe ballon permet d'élever progressivement la température de l'eau et un ohmmètre est utilisé pour mesurer la résistance de la sonde de platine. On obtient le tableau de mesures ci-dessous.

| | | | | | | | | | | | |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| θ (°C) | 0,0 | 10,0 | 20,0 | 30,0 | 40,0 | 50,0 | 60,0 | 70,0 | 80,0 | 90,0 | 100, |
| R (en Ω) | 100, | 103, | 108, | 111, | 115, | 118, | 123, | 127, | 130. | 135. | 139. |

Extrait de la notice technique d'une sonde Pt100

La résistance de la sonde à fil de platine est donnée par la relation :

$$R(\theta) = R_0 \cdot [1 + A \cdot \theta + B \cdot \theta^2 + C \cdot \theta^3 \cdot (\theta - 100)], \text{ où } \theta \text{ est la température en } ^\circ\text{C},$$

avec $R_0 = 100 \Omega$; $A = 3,9083 \cdot 10^{-3}$ unité S.I. ; $B = -5,775 \cdot 10^{-7}$ unité S.I. ; $C = -4,183 \cdot 10^{-12}$ unité S.I.

Les sondes Pt100 présentent l'avantage de posséder une bonne linéarité, c'est-à-dire que le modèle linéaire $R(\theta) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \theta)$ (avec θ en $^{\circ}\text{C}$) est une très bonne approximation de la relation complète.

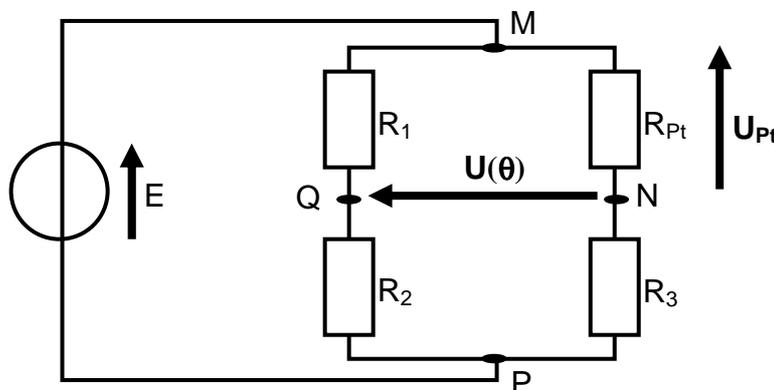
- III.B.1. Quelle est l'unité de A ?
- III.B.2. Quelle est l'unité de B ?
- III.B.3. Faire un schéma annoté du dispositif expérimental qui a permis de dresser le tableau.
- III.B.4. Rappeler comment on sélectionne le bon calibre d'un ohmmètre.
- III.B.5. En considérant le modèle linéaire comme satisfaisant, trouver la valeur expérimentale A_{exp} du coefficient A par une méthode que vous décrirez.
- III.B.6. Comparer A (théorique) et A_{exp} . Ce résultat confirme-t-il que le modèle linéaire constitue une très bonne approximation de la relation complète ?

III.C. Mesure de température à l'aide de la sonde de platine (Pt100)

On supposera acquise pour la sonde de platine la relation suivante :

$$R(\theta) = R_0 \cdot (1 + A \cdot \theta), \text{ avec } \theta \text{ en } ^{\circ}\text{C}, A = 3,9083 \cdot 10^{-3} \text{ unité S.I. et } R_0 = 100 \Omega.$$

La sonde Pt100 (symbolisée par le conducteur ohmique de résistance R_{Pt} , résistance qui dépend de θ) est insérée dans le montage suivant :



L'intérêt de ce circuit est de convertir une information « résistance » en information « tension ».

La notice précise qu'il faut éviter les intensités supérieures à 3 mA, car un risque d'auto-échauffement excessif de la sonde préjudiciable à la mesure existe alors (élévation de température de 0,5 K quand l'intensité traversant la sonde est de 3 mA).

III.C.1 Que signifie le « K » dans « 0,5 K » qui apparaît dans la notice ? Quelle relation relie une température exprimée en K et la même exprimée en $^{\circ}\text{C}$?

Soient $U(\theta)$ la tension entre Q et N quand la température de la sonde est θ et U_{Pt} la tension aux bornes de la sonde Pt100 à cette même température.

On prendra pour les applications numériques $R_1 = R_2 = R_3 = 100 \Omega$ et $E = 10V$.

III.C.2 Comment appelle-t-on la partie du circuit, située entre M et P et constituée de conducteurs ohmiques ?

III.C.3 Exprimer U_{Pt} en fonction de E et de certaines résistances constituant le circuit.

III.C.4 En déduire l'expression de l'intensité I_{Pt} circulant dans la sonde de platine en fonction de E et de certaines résistances constituant le circuit.

III.C.5 Exprimer $U_1 = U_{MQ}$ (tension aux bornes de R_1) en fonction de E et de certaines résistances constituant le circuit.

III.C.6 Déduire des questions précédentes l'expression de $U(\theta)$ en fonction de E, R_0 , R_1 , R_2 , R_3 , A et θ .

III.C.7 Application numérique : Calculer $U(\theta)$ et I_{Pt} quand :

- III.C.6.a la sonde est en contact avec un thermostat dont la température est de 0°C ?
- III.C.6.b. la sonde est en contact avec un thermostat dont la température est de 100°C ?

III.C.8 La sonde est-elle utilisée dans de bonnes conditions ? justifier.

III.C.9 Quel phénomène physique permet d'expliquer l'auto-échauffement ?

III.C.10 Pour minimiser le problème d'auto-échauffement aperçu précédemment, un professeur conseille de diminuer E et d'augmenter R_2 et R_3 . Ces choix ne sont pas sans conséquences sur $U(\theta)$: pour certaines valeurs de E, R_2 et R_3 (différentes de celles utilisées dans l'énoncé), cette tension varie alors seulement de 0 mV à 32mV. Proposer un schéma de montage permettant d'amplifier cette tension.

Exercice IV : lentilles

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes :

Un élève se propose de faire quelques manipulations d'optique utilisant des lentilles. Pour cela il dispose :

- d'un banc d'optique horizontal ;
- d'un objet réel AB tel que A appartient à l'axe optique de la lentille utilisée et AB perpendiculaire à cet axe ;
- de deux supports de lentilles ;
- de trois lentilles minces :

L_1 , convergente, de distance focale image $f'_1 = \frac{100}{3}$ cm ;

L_2 , convergente, de distance focale image f'_2 inconnue ;

L_3 , divergente, de distance focale image $f'_3 = 20$ cm ;

- d'un écran opaque perpendiculaire au banc d'optique et à l'axe optique de la lentille utilisée.

IV.A. L'élève utilise la lentille L_1 , convergente, de distance focale image $f'_1 = \frac{100}{3}$ cm.

IV.A.1. Calculer la vergence de L_1 .

IV.A.2. Tracer le rayon émergent de la lentille correspondant à un rayon incident :

IV.A.2.a. passant par le centre optique ;

IV.A.2.b. passant par le foyer principal objet de la lentille ;

IV.A.2.c. parallèle à l'axe optique de la lentille.

IV.A. 3. La lentille L_1 est placée à 50 cm de l'objet AB de hauteur $h = 1$ cm.

IV.A. 3.a. Déterminer la position, la nature et la taille de l'image $A'B'$ de l'objet AB dans la lentille L_1 .

IV.A. 3.b. Faire la construction de l'image $A'B'$ sur la figure 1 de l'annexe. Retrouver les résultats de la question précédente.

IV.A. 3.c. Si l'objet AB est la lettre "d", que voit-on sur l'écran ? Justifier.

IV.A. 4. Sans rien modifier des positions précédentes, l'élève fait tourner la lentille et son support autour d'un axe vertical passant par le centre optique de la lentille ; il constate que l'image $A'B'$ devient floue :

IV.A. 4. a. Quelle première condition d'obtention de bonnes images n'est pas alors respectée ?

IV.A. 4. b. Quelle est l'autre condition d'obtention de bonnes images ?
Comment pourrait on vérifier expérimentalement cette condition ?

IV.A. 4. c. Comment sont appelées ces deux conditions ?

IV.B. *L'élève utilise maintenant la lentille L_2 , convergente, de distance focale image f'_2 inconnue. L'écran étant placé à la distance $D = 1,60$ m de l'objet AB , il déplace la lentille L_2 jusqu'à obtenir une image réelle $A'B'$ sur l'écran ; il constate que l'image est renversée et trois fois plus grande que l'objet. Le but est de déterminer la distance focale image f'_2 de L_2 .*

IV.B.1. Détermination graphique :

IV.B.1.1. Pourquoi peut on affirmer que le centre optique O_2 de la lentille appartient au segment AA' ?

IV.B.1.2. En utilisant la figure 2 de l'annexe :

IV.B.1.2.a trouver la position du centre optique de la lentille ;

IV.B.1.2.b trouver la position du foyer principal image F'_2 de la lentille ;

IV.B.1.2.c en déduire la distance focale image f'_2 de la lentille.

IV.B.2. Détermination par le calcul :

IV.B.2.1. à partir de la formule de grandissement, de la formule de conjugaison de Descartes et de la distance $AA' = D$, trouver 3 équations vérifiées par $\overline{O_2A}$ et $\overline{O_2A'}$;

IV.B.2.2. en déduire la distance focale image f'_2 de la lentille.

IV.B.3. Montrer qu'il existe une autre position de la lentille qui donne de l'objet AB une image $A'B'$ sur l'écran situé à 1,6 m de AB . Donner alors la distance de l'objet à la lentille ainsi que le grandissement transversal (on peut résoudre cette question sans aucun calcul).

IV.C. *Pour terminer, l'élève utilise les lentilles L_1 et L_3 pour réaliser un système afocal. Pour cela, il place les deux lentilles de façon que leurs axes optiques soient confondus, la lumière traversant d'abord la lentille L_3 puis la lentille L_1 .*

IV.C.1.

IV.C.1.1. Qu'est-ce qu'un système afocal ?

IV.C.1.2. Soit un rayon incident sur L_3 parallèle à l'axe optique ; quelle est la direction du rayon émergent de L_3 ?

IV.C.1.3. Le rayon émergent de L_1 étant parallèle à l'axe optique, quelle est la direction du rayon incident sur L_1 ?

IV.C.1.4. Rassembler ces résultats en traçant sur la figure 3 de l'annexe (qu'il faudra compléter), la marche d'un faisceau cylindrique de rayon R et dont l'axe est l'axe optique du système afocal.

IV.C.1.5. En déduire la distance séparant les deux lentilles.

IV.C.1.6. Calculer le rayon R' du faisceau cylindrique émergent. Faire l'application numérique avec $R = 1\text{cm}$. Quel intérêt peut présenter un tel montage ?

IV.C.2. Montrer que ce système afocal donne d'un objet AB une image dont la taille ne dépend pas de la position de l'objet (la réponse à cette question ne nécessite pas obligatoirement des calculs). Calculer alors le grandissement transversal γ .

ANNEXE à rendre obligatoirement avec la copie :

Figure 1 : Échelle longitudinale : 1 cm représente 10 cm

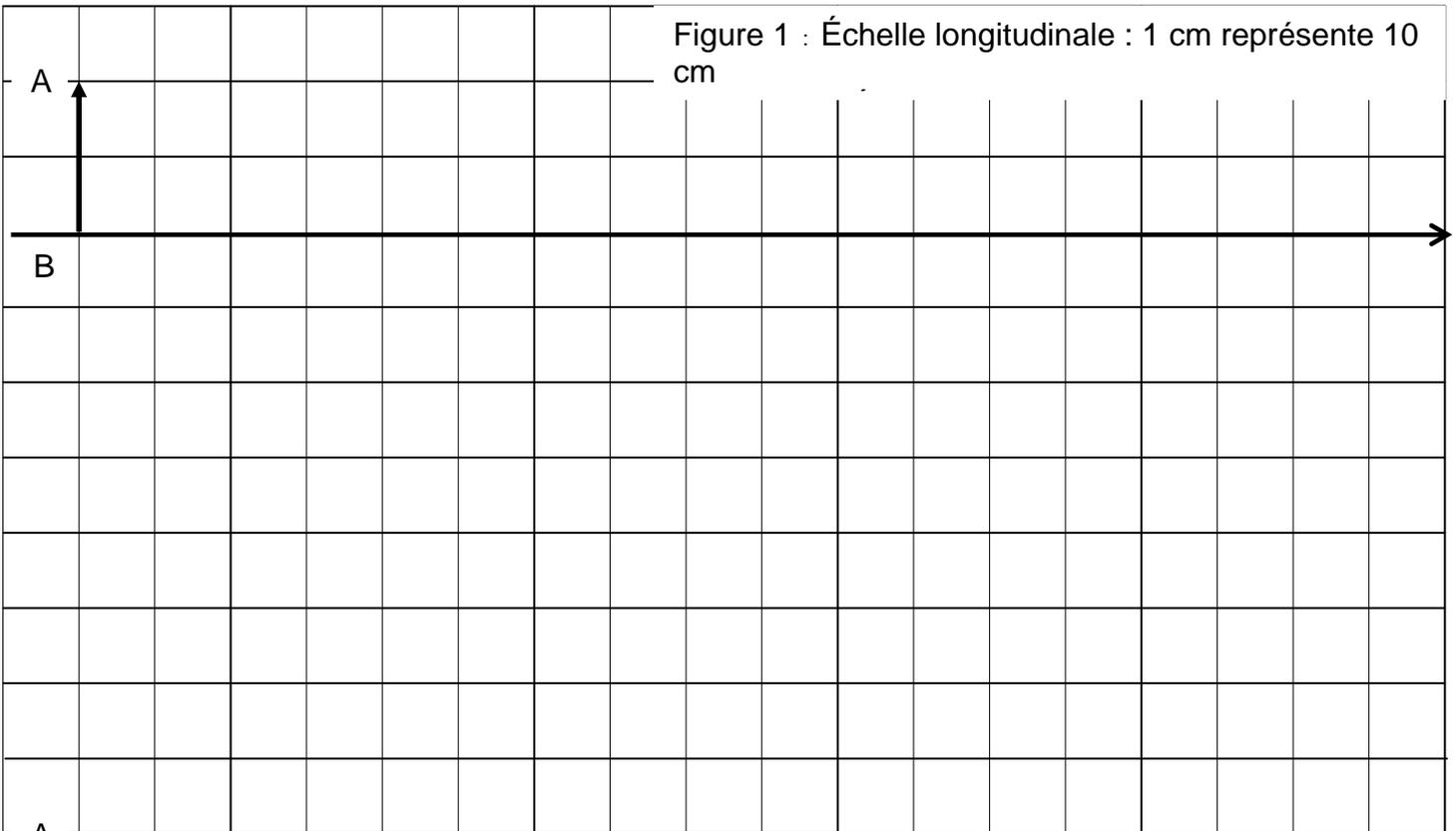


Figure 2 : Échelles inchangées

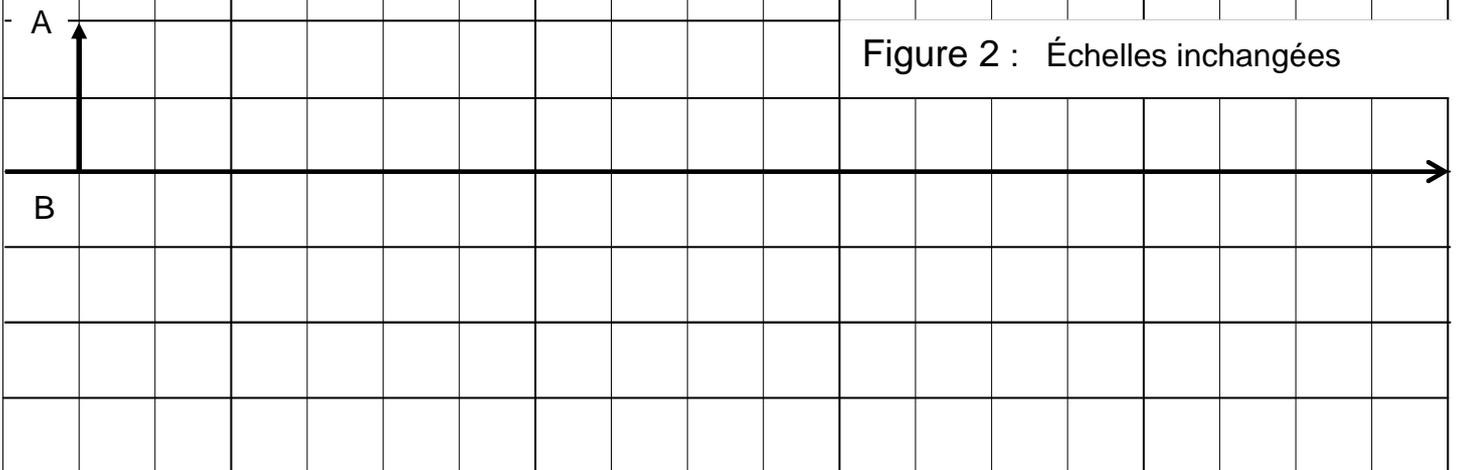
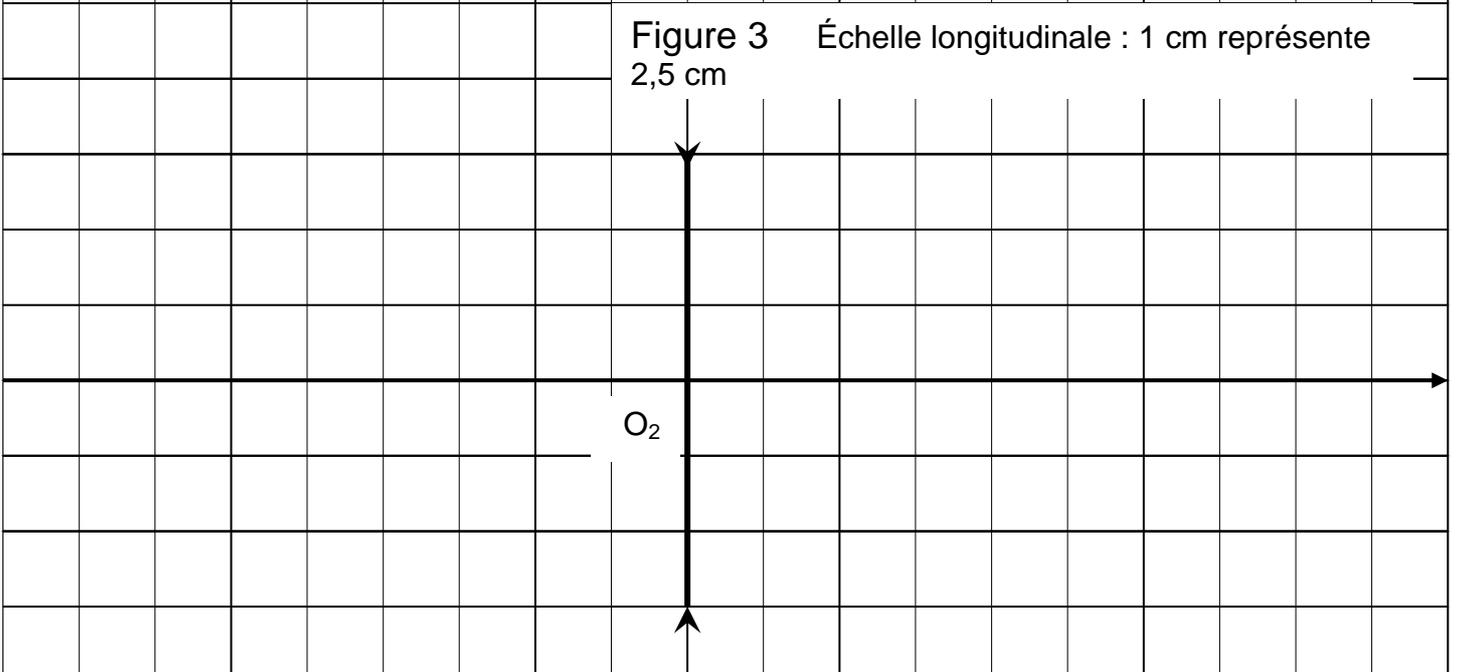


Figure 3 Échelle longitudinale : 1 cm représente 2,5 cm



Session 2007

CAPLP

Concours externe. Troisième concours

Section : MATHÉMATIQUES-SCIENCES PHYSIQUES

Composition de PHYSIQUE-CHIMIE

ELEMENTS DE CORRECTION

Plan

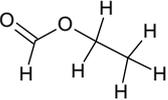
EXERCICE 1 : Degré d'acidité d'un vinaigre.

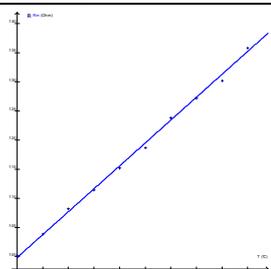
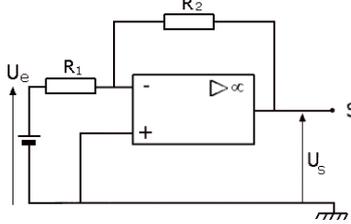
EXERCICE 2 : Synthèses organiques.

EXERCICE 3 : Repérage de températures.

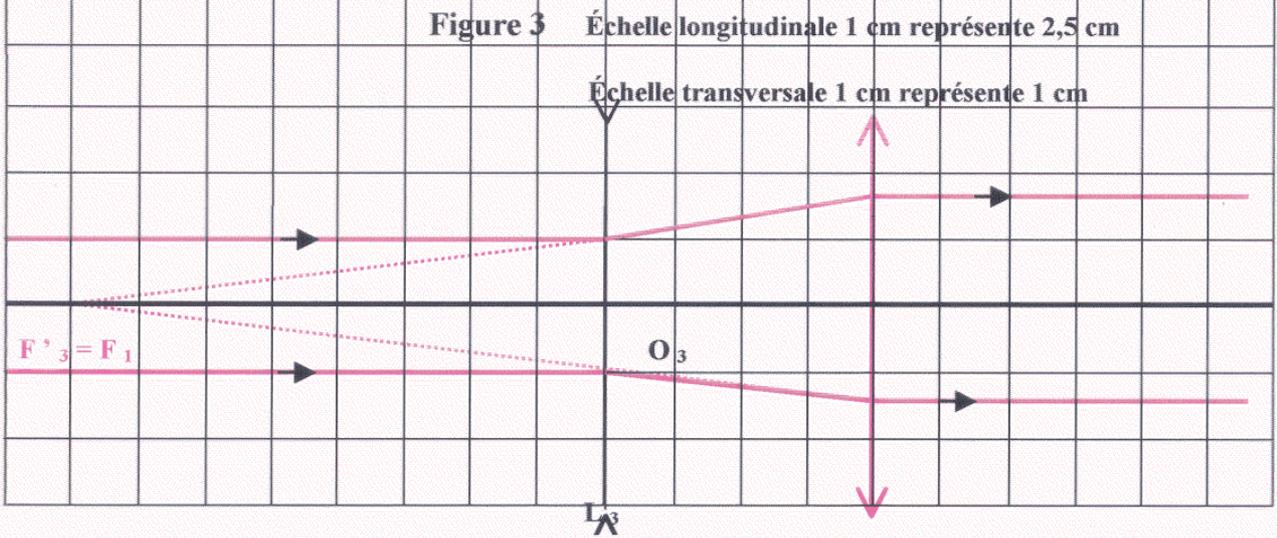
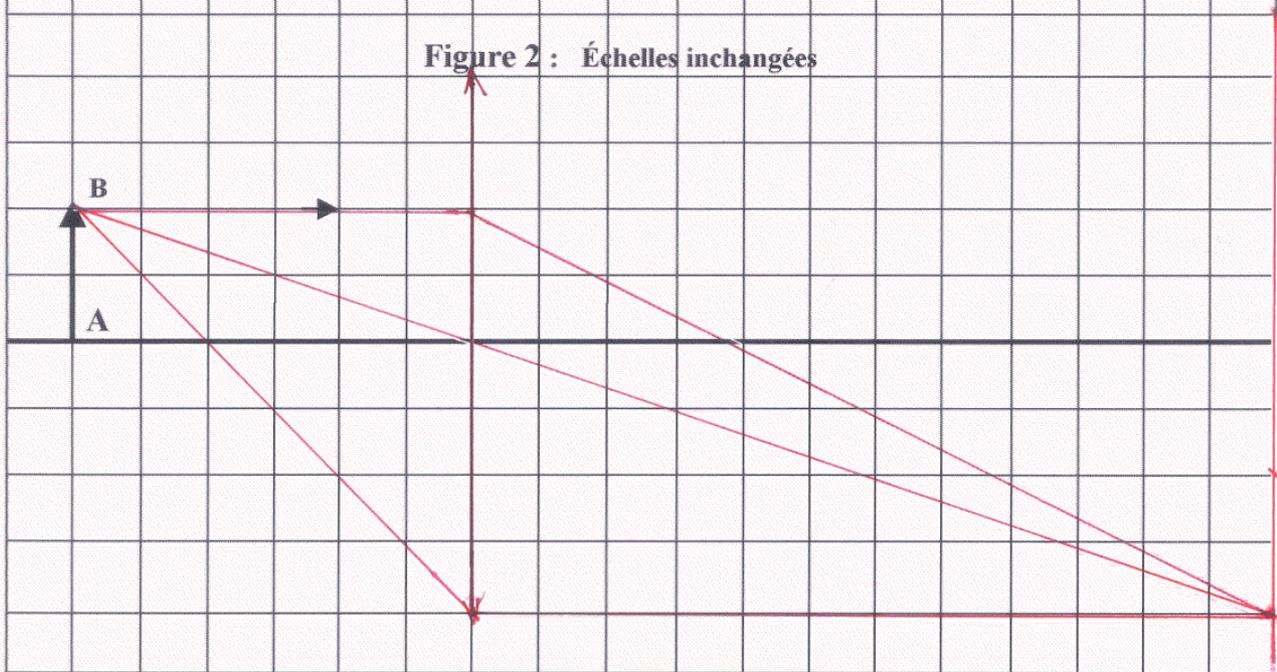
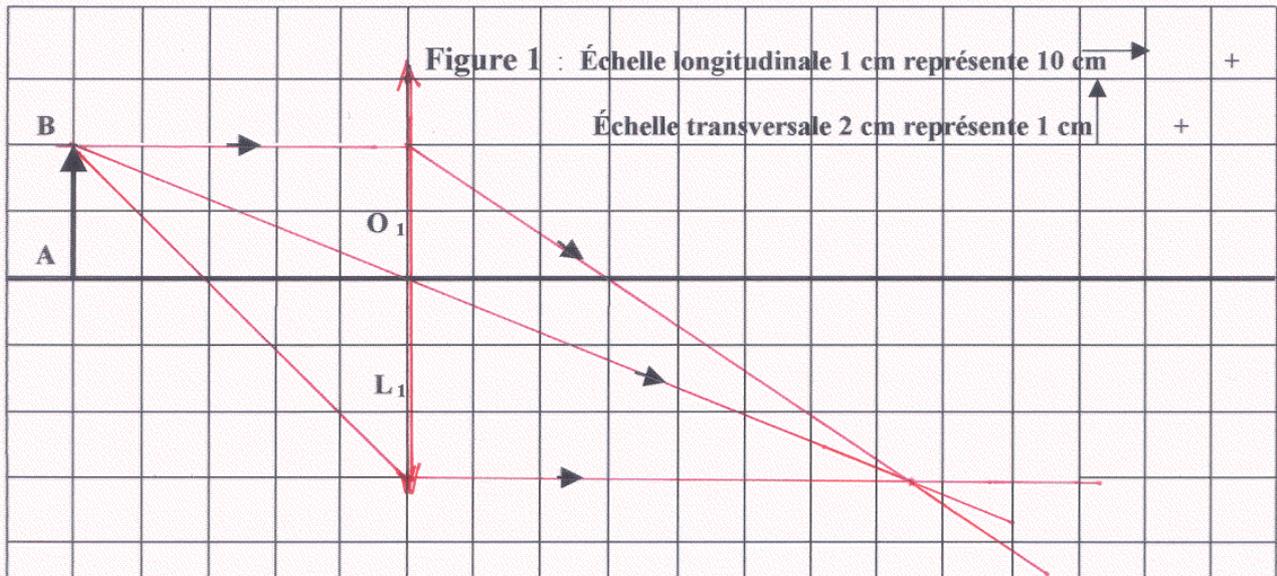
EXERCICE 4 : Lentilles.

| | | |
|-----|----|---|
| I.A | 1 | l'acide acétique |
| | 2 | acide carboxylique |
| | 3 | $\text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} = \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$ L'ion ethanoate (ou acétate) |
| | 4 | le coefficient de dissociation de l'acide éthanoïque est égal au quotient du nombre de mole de l'acide dissocié par le nombre de mole d'acide mis en jeu $\alpha = n_{\text{acetate}} / n_{\text{acide}} = [\text{CH}_3\text{COO}^-] / [\text{CH}_3\text{COOH}]$ $\alpha = 10^{-\text{pH}} / C$ $\alpha = 10^{-3.4} / 0.01 = 0.040$ |
| | 5 | $K_a = [\text{CH}_3\text{COO}^-] \cdot [\text{H}_3\text{O}^+] / [\text{CH}_3\text{COOH}]$ $K_a = C \alpha \cdot 10^{-\text{pH}} / C (1 - \alpha) = 1.65 \cdot 10^{-5}$ $\text{p}K_a = -\log k_a = 4.8$ |
| | 6 | pour l'acide chlorhydrique : $[\text{H}_3\text{O}^+] = -10^{-\text{pH}} = C$ donc l'acide est totalement dissocié pour l'acide éthanoïque : $[\text{H}_3\text{O}^+] = -10^{-3.4} < C$ donc l'acide éthanoïque est partiellement dissocié. |
| | 7 | $\frac{3.8 \quad 4.8 \quad 5.8}{\text{CH}_3\text{COOH} \quad \quad \quad \text{CH}_3\text{COO}^-}$ $\xrightarrow{\text{pH}}$ <p style="text-align: center;">pKa</p> |
| I.B | 1 | avec une pipette jaugée de 10 ml, on prélève 10,0 mL de la solution de vinaigre commerciale qu'on introduit dans une fiole jaugée de 100 mL et on complète à l'eau distillée . |
| | 2 | burette, becher + sonde pH-metrique, agitateur magnétique. |
| | 3 | $\text{CH}_3\text{COOH} + \text{HO}^- = \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_2\text{O}$ |
| | 4 | $K_e = [\text{CH}_3\text{COO}^-] / [\text{CH}_3\text{COOH}] \cdot [\text{HO}^-] = k_a / k_{\text{eau}}$ $K_e = 10^{9.2}$; $K_e \gg 10^3$ totale. |
| | 5 | $C_1 = C \cdot V_e / V_1$; $C_1 = 0.099 \text{ mol.L}^{-1}$; $C_0 = 10 C_1$; $C_0 = 0.99 \text{ mol.L}^{-1}$ |
| | 6 | 100g de vinaigre occupent un volume de 100 mL ; donc $n_{\text{acide}} = C_0 \cdot V$; $m_{\text{acide}} = M_{\text{acide}} \cdot C_0 \cdot V$; $m_{\text{acide}} = 5.95 \text{ g}$ degré d'acidité du vinaigre est : 5.95° |
| | 7 | RP $\text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} = \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$ $K_a = [\text{H}_3\text{O}^+]^2 / (C_1 - [\text{H}_3\text{O}^+])$; $C_1 - [\text{H}_3\text{O}^+] \sim C_1$; avancement autoprotolyse négligeable devant celui de la RP ; $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+] = -\frac{1}{2} \log C_1 \cdot k_a$; $\text{pH} = 2.90$; $[\text{H}_3\text{O}^+] \ll C_1$ vérifiée ; $[\text{HO}^-] \ll [\text{H}_3\text{O}^+]$ hyp 2 vérifiée |
| | 8 | Na^+ et CH_3COO^- |
| | 9 | à l'équivalence l'espèce acido basique maj est la base acétate donc le $\text{pH} > 7$ |
| | 10 | $\text{pH} = \text{p}k_a + \log ([\text{CH}_3\text{COO}^-] / [\text{CH}_3\text{COOH}])$ À la ½ équivalence $[\text{CH}_3\text{COO}^-] = [\text{CH}_3\text{COOH}]$ donc $\text{pH} = \text{p}k_a = 4.8$ hyp : les concentrations de $[\text{CH}_3\text{COOH}]$ et $[\text{CH}_3\text{COO}^-]$ ne sont pas modifiées par la réaction $\text{CH}_3\text{COOH} + \text{H}_2\text{O} = \text{CH}_3\text{COO}^- + \text{H}_3\text{O}^+$ cad $[\text{H}_3\text{O}^+] \ll [\text{CH}_3\text{COOH}]$ et $[\text{CH}_3\text{COO}^-]$ |
| | 11 | $[\text{HO}^-] = C \cdot (V_2 - V_e) / V_t$ avec $V_t = 65 \text{ mL}$; $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-14} / [\text{HO}^-]$ ou $\text{pH} = 14 + \log (C \cdot (V_2 - V_e) / V_t)$; $\text{pH} = 11.90$ |
| | 12 | l'allure de la courbe |
| | 13 | méthode des tangentes, cercles, dérivée |
| | 14 | on ajoute de l'eau distillée pour que la sonde pH-metrique trempe dans la solution. Seules les valeurs du pH initial et à l'équivalence sont modifiées (respectivement supérieure, et inférieure) le pH à la ½ équivalence reste inchangé (égal au pka) tant que la dilution est raisonnable... |
| | 15 | Non ; seule la quantité de matière d'acide acétique introduite est importante et non sa concentration |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|--------------------------------|--|-------------------------------------|---------|--------------------------------------|-------------------------------------|---|------------------|----|----------------|----------------|---|--|---|-------|-------------------|-------------------|---|--|---|----|--------------------------------|--------------------------------|----------------|--|----------------|
| II.A | 1 |  (Développée : tous les C sont exigés, contrairement à ce que fait le logiciel...) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2 | Méthanoate d'éthyle | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3 | M=74 g.mol⁻¹ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 4 | $n = \frac{\mu V}{M}$ n=0,61 mol | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| II.B | 1 | Ethanol | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2 |  | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3 | HCOOH + CH₃CH₂OH = HCOOCH₂CH₃ + H₂O (équation demandée) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 4 | Lente, reversible, athermique (2 qualificatifs demandés) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | Mots clés: Réfrigérant ; ballon ; chauffe-ballon ; support élévateur Bonus ? Fixations, sens de l'eau | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 6 | L'acide sulfurique est un catalyseur de cette réaction d'estérification. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 7 | La pierre ponce régule l'ébullition . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 8 | <table border="1" data-bbox="231 772 1316 929"> <tbody> <tr> <td></td> <td>HCOOH +</td> <td>CH₃CH₂OH =</td> <td>HCOOCH₂CH₃</td> <td>+</td> <td>H₂O</td> </tr> <tr> <td>EI</td> <td>n₁</td> <td>n₂</td> <td>0</td> <td></td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>t qcq</td> <td>n₁-x</td> <td>n₂-x</td> <td>x</td> <td></td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>EF</td> <td>n₁-x_f</td> <td>n₂-x_f</td> <td>x_f</td> <td></td> <td>x_f</td> </tr> </tbody> </table> <p>A ce stade, pas de calculs demandés.</p> | | HCOOH + | CH ₃ CH ₂ OH = | HCOOCH ₂ CH ₃ | + | H ₂ O | EI | n ₁ | n ₂ | 0 | | 0 | t qcq | n ₁ -x | n ₂ -x | x | | x | EF | n ₁ -x _f | n ₂ -x _f | x _f | | x _f |
| | HCOOH + | CH ₃ CH ₂ OH = | HCOOCH ₂ CH ₃ | + | H ₂ O | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| EI | n ₁ | n ₂ | 0 | | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| t qcq | n ₁ -x | n ₂ -x | x | | x | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| EF | n ₁ -x _f | n ₂ -x _f | x _f | | x _f | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 9 | n ₁ =0,53 mol n ₂ =0,53 mol d'où n _E (max)=0,53 mol. Le rendement est de 67%, donc x_f(théo)=0.36 mol | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 10 | Relargage de l'ester à l'aide d'une solution saturée en chlorure de sodium , suivi d'une décantation . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 11 | On améliore le rendement en augmentant la quantité d'un (seul) réactif . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 12 | Température : facteur cinétique. Augmentation de la vitesse . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 13 | HCOOOCH + CH ₃ CH ₂ OH = HCOOCH ₂ CH ₃ + HCOOH Quid : HCOCl ? | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| II.C | 1 | R : Risque S : mesure de Sécurité | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 2 | Mots clés : Colonne de Vigreux (ou à distiller), réfrigérant droit, ballon+chauffe ballon, élévateur. Thermomètre ? | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 3 | Premières gouttes : ester M | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 4 | On a alors la température d'ébullition de l'ester M en tête de colonne : 31,5°C C'est le 1° produit distillé (voir T _{Eb}) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 5 | Tant que l'on distille l'ester, la température en tête de colonne reste constante . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 6 | La réaction est terminée quand la température en tête de colonne augmente . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | 7 | Il faut que l'ester soit le plus volatil des protagonistes. Autre proposition : déplacement de l'équilibre d'estérification | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | |
|--------|----|--|
| III.A. | 1 | 0°C : Fusion de la glace 100°C : Ebullition eau Mention de P_{atm} |
| | 2 | Centésimal. Au choix : Multiples de 100, 100 graduations entre les 2 points repérés ci-dessus |
| | 3 | Métal liquide (1 des 2) |
| | 4 | Toxicité du mercure |
| III.B. | 1 | A en °C ⁻¹ |
| | 2 | B en °C ⁻² |
| | 3 | Ballon contenant de l'eau ; un chauffe-ballon ; un thermomètre ; une sonde Pt100 reliée à un Ohmètre (2 connecteurs) . |
| | 4 | On commence par le calibre le plus élevé , puis on descend au calibre tout juste supérieur à la mesure. Pas de bidouille |
| | 5 |  <p>Exploitation graphique [R=f(theta)] (Bonus ?) ou moyenne (bof) : explication $R_0.A = 0,393 \Omega \cdot ^\circ C^{-1}$ et $R_0 = 99,8 \Omega$ D'où $A=3,94.10^{-3} \text{ } ^\circ C^{-1}$ (mention de l'unité non exigée) (ou $A=3,93.10^{-3} \text{ } ^\circ C^{-1}$)</p> |
| | 6 | Comparer : écart relatif. 0,5% Modèle linéaire très satisfaisant . Attention : il que le candidat ait utilisé toutes les valeurs du tableau (une seule valeur ne prouve pas la linéarité du modèle). Il faut d'abord qu' il prouve la linéarité du modèle puis il doit comparer les valeurs théoriques et expérimentales de A et de B |
| III.C. | 1 | K pour Kelvin $T(K)=\theta(^{\circ}C) + 273$ (,15) |
| | 2 | Pont de Wheatstone (OK si Sauty, Maxwell...) |
| | 3 | $U_{Pt} = \frac{R_{Pt} E}{R_{Pt} + R_3}$ |
| | 4 | $I_{Pt} = \frac{E}{R_{Pt} + R_3}$ |
| | 5 | $U_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}$ |
| | 6 | $U(\theta) = U_{Pt} - U_1$ $U(\theta) = \frac{R_0(1 + A.\theta)E}{R_0(1 + A.\theta) + R_3} - \frac{R_1 E}{R_1 + R_2}$ |
| | 7a | $U(0^{\circ}C) = 0 V$ (pont équilibré) $I_{Pt}(0^{\circ}C) = 50 mA$ (cf question 4.) |
| | 7b | $U(100^{\circ}C) = 0,82 V$ $I_{Pt}(100^{\circ}C) = 42 mA$ |
| | 8 | NON, l'intensité dans la sonde dépasse largement 3 mA, il y a donc risque d'autoéchauffement. |
| | 9 | Echauffement par effet Joule |
| | 10 | <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> AI ou AnI </div>  <div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 10px;"> ou ou </div> |

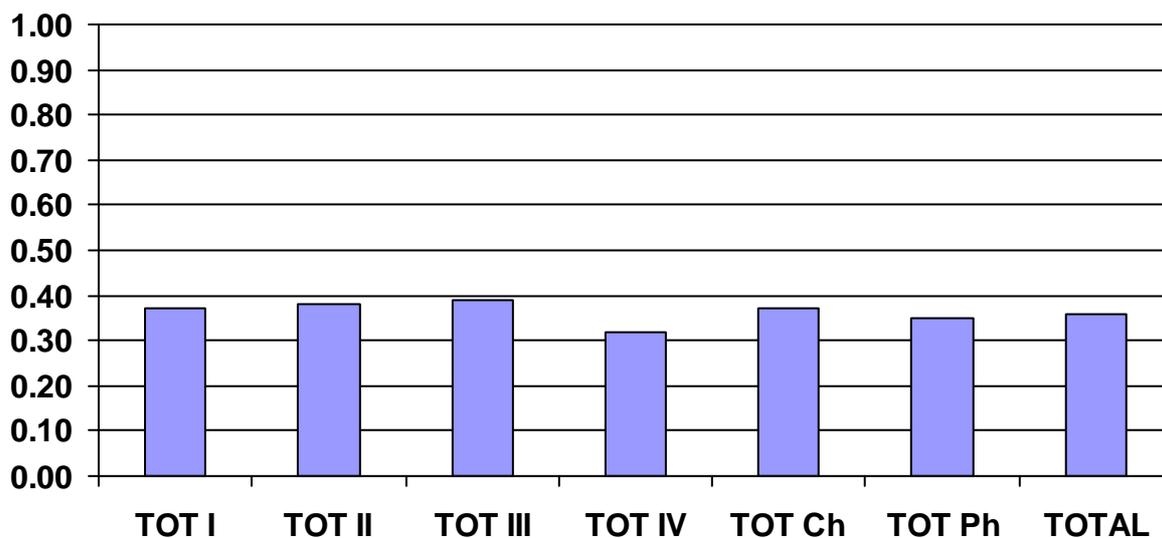
| | |
|------------|--|
| IV.A.1 | $V_1 = 1/f'_1 = 3\delta$ (tout ou rien) |
| IV.A.2.a | Construction d' un rayon passant par le centre optique |
| IV.A.2.b | Construction d' un rayon passant par le foyer principal objet de la lentille |
| IV.A.2.c | Construction d' un rayon parallèle à l'axe optique de la lentille |
| IV.A.3.a | $\overline{O_1A'} = \frac{\overline{O_1A} \cdot f'_1}{\overline{O_1A} + f'_1} = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m} > 0$ donc image réelle $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = -2 < 0$ (image renversée) $\Rightarrow \overline{A'B'} = -2h = -2\text{cm}$ |
| IV.A.3.b | Construction , $OA = 1 \text{ m}$ $A'B = -2 \text{ cm}$ |
| IV.A.3.c | Lettre q car grandissement transversal = - 1 et écran opaque vu de face |
| IV.A.4.a | La direction des rayons incidents n' est pas proche de la direction de l' axe optique . |
| IV.A.4.b | Les rayons incidents doivent passer par ou près du centre optique . Pour le vérifier il suffit de diaphragmer la lentille ; en interceptant les rayons passant par les bords de la lentille , on obtient une image plus nette (mais moins lumineuse) . |
| IV.A.4.c | Conditions de Gauss |
| IV.B.1.1 | Tout rayon incident partant de A émerge de la lentille en passant par A' ; en particulier , le rayon incident issu de A et passant par O_2 n' est pas dévié ; on a donc A , O_2 , A' alignés . |
| IV.B.1.2.a | Position du centre optique de la lentille :place de B' , construction de O |
| IV.B.1.2.b | Position du foyer principal image F'2 de la lentille |
| IV.B.1.2.c | Distance focale image f'2 de la lentille = 30 cm |
| IV.B.2.1 | $\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A}} \Rightarrow \overline{O_2A'} = \gamma_2 \overline{O_2A}$ (1) $\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A}} = \frac{1}{f'_2}$ (2), $D = \overline{AA'} = \overline{AA'} = \overline{O_2A'} - \overline{O_2A}$ (3) |
| IV.B.2.2 | (1) dans (3) $\Rightarrow \overline{O_2A} = \frac{D}{\gamma_2 - 1} = -40\text{cm}$ $\overline{O_2A'} = \frac{\gamma_2 D}{\gamma_2 - 1} = 120\text{cm} = 1,2\text{m}$ car $\gamma_2 = -3$ et $D = 160\text{cm}$ En reportant dans (2) on trouve : $f'_2 = -\frac{\gamma_2 D}{(\gamma_2 - 1)^2} = 30 \text{ cm}$ |
| IV.B.3 | La question précédente montre qu' un objet réel situé à 40 cm de la lentille donne une image réelle, renversée, trois fois plus grande que l' objet et située à 120 cm de la lentille . La loi du retour inverse de la lumière permet de dire qu' un objet réel situé à 120 cm de la lentille donne une image réelle, renversée, trois fois plus petite que l' objet ($\gamma'_2 = -1/3$) et située à 40 cm de la lentille . Par le calcul : f'2 est maintenant connu : $\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A}} = \frac{1}{f'_2}$ et $D = \overline{O_2A'} - \overline{O_2A}$ d' où $\overline{O_2A} = D + \overline{O_2A'}$ En reportant dans la formule de conjugaison on trouve que $\overline{O_2A}$ vérifie l' équation du second degré : $\overline{O_2A}^2 + D \overline{O_2A} + Df'_2 = 0$ cette équation a deux racines réelles distinctes si $\Delta > 0$ soit $\Delta > 4f'_2$ (c' est ici le cas) . Ces deux racines sont $\frac{-D + \sqrt{D^2 - 4Df'_2}}{2} = -0,4 \text{ m}$ et $\frac{-D - \sqrt{D^2 - 4Df'_2}}{2} = -1,2 \text{ m}$ |
| IV.C.1.1 | Système qui ne possède aucun foyer ; tout faisceau incident parallèle à l' axe optique donnera un faisceau émergent // à l'axe optique . |
| IV.C.1.2 | La direction du rayon émergent de L3 passe par le foyer principal image F'3 (virtuel) de L3 . |
| IV.C.1.3 | La direction du rayon incident sur L1 passe par le foyer principal objet (réel) de L1 . |
| IV.C.1.4 | Cf annexe :le schéma doit faire apparaître le fait que F1 et F'3 sont confondus . |
| IV.C.1.5 | Le système étant afocal , F1 est confondu avec F'3 , on mesure sur le schéma $O_3O_1 = 13,3 \text{ cm}$ |
| IV.C.1.6 | Cf annexe fig 3 $\tan(\alpha) = \frac{O_3C}{O_3F'_3} = \frac{O_1D}{O_1F_1}$ soit $\frac{R}{-f'_3} = \frac{R'}{f'_1}$ d' où : $R' = -\frac{f'_1}{f'_3} R = 1,67\text{cm}$ Intérêt : Elargissement d' un faisceau parallèle ; à noter que les valeurs numériques utilisées ne donnent pas un élargissement important mais la mise en page de la feuille annexe limitait le choix des valeurs numériques . Permet de déterminer la valeur de f' pour une lentille divergente |
| IV.C.2 | Pour utiliser le résultat précédent , on choisit un objet AB perpendiculaire à l' axe optique , de hauteur R , tel que A appartienne à l' axe optique Tout d' abord l' image A' de A dans le système des deux lentilles appartient à l' axe optique . Parmi tous les rayons issus de B , on considère le rayon parallèle à l' axe optique situé à la distance R de l' axe optique . Il donnera un rayon émergent du système parallèle à l' axe optique (système afocal) situé à la distance R' de l' axe optique . L' image B' se trouvant sur ce rayon émergent , sa taille est donc R' et le grandissement transversal vaut : $\gamma = -\frac{f'_1}{f'_3} = 1,67$ $AB \xrightarrow{L_3} A_1B_1 \xrightarrow{L_1} A'B'$; Soit γ_3 le grandissement transversal de L3 et γ_1 le grandissement transversal de L1 . $\gamma_3 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F'_3A_1}}{f'_3}$ et $\gamma_1 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{f'_1}{\overline{F_1A_1}}$ Le grandissement total du système est : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \gamma_3 \gamma_1 = \frac{f'_1}{\overline{F_1A_1}} \frac{\overline{F'_3A_1}}{f'_3} = -\frac{f'_1}{f'_3}$ car F1 et F'3 confondus |



Vision d'ensemble

| question | TOT I | TOT II | TOT III | TOT IV | TOT Ch | TOT Ph | TOTAL |
|------------------|-------|--------|---------|--------|--------|--------|-------|
| Taux de réponses | 0.37 | 0.38 | 0.39 | 0.32 | 0.37 | 0.35 | 0.36 |

Taux de réponses de l'ensemble des candidats aux divers exercices
(Taux de réponses = moyenne des points obtenus par les candidats/ note maximale possible.)



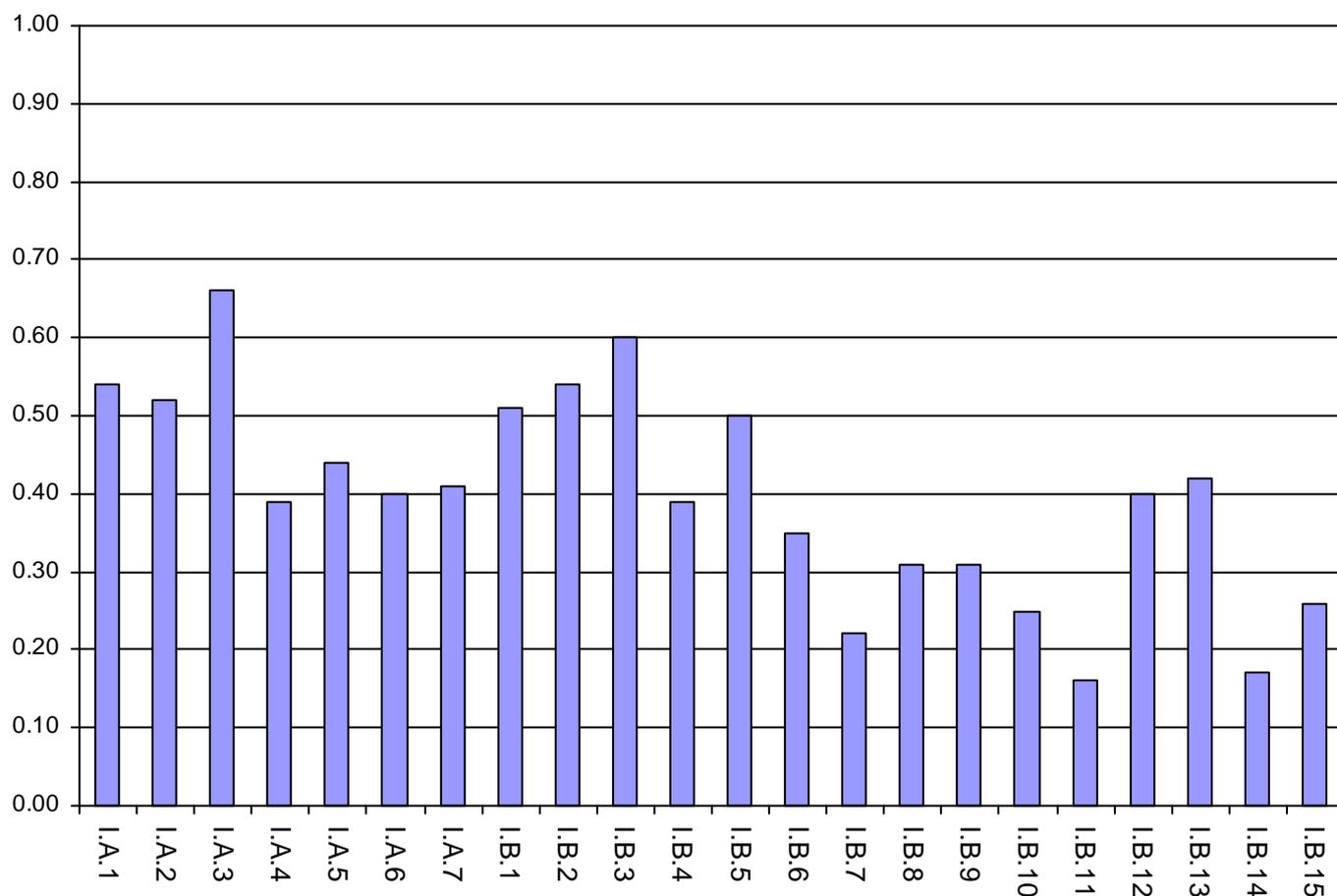
L'épreuve de physique - chimie comportait quatre exercices : deux exercices de chimie et deux de physique. Les quatre exercices ont été traités avec des taux de réussite comparables, situés tous entre trente et quarante pour cent. La chimie et le physique ont donc été traitées à parité si l'on se réfère à l'ensemble des candidats. Néanmoins, cette année encore, trop de candidats traitent soit la physique, soit la chimie, ce qui leur porte préjudice puisque le barème réservait autant de points à la chimie qu'à la physique.

Comme d'autres années, nous devons insister sur le soin que les candidats doivent apporter à la réalisation des schémas demandés ou nécessaires à la justification des réponses. Il nous faut d'ailleurs rappeler que l'absence de justifications suffisantes est toujours sanctionnée. Nous conseillons donc aux candidats de s'entraîner à formuler très précisément et très complètement les réponses aux questions tout en restant le plus concis possible pour économiser le temps.

Nous devons encore une fois attirer l'attention des futurs candidats sur la nécessité de fournir les résultats des applications numériques avec l'unité appropriée. Il n'est pas possible d'accepter un résultat sans unité, en physique comme en chimie. Il faut aussi prêter attention au nombre de chiffres significatifs adapté. Les candidats pourraient améliorer notablement leur performance en reprenant les bases de physique et de chimie enseignées dans le secondaire.

EXERCICE 1 : Degré d'acidité d'un vinaigre.

| question | I.A.1 | I.A.2 | I.A.3 | I.A.4 | I.A.5 | I.A.6 | I.A.7 | I.B.1 | I.B.2 | I.B.3 | I.B.4 | I.B.5 | I.B.6 | I.B.7 | I.B.8 | I.B.9 | I.B.10 | I.B.11 | I.B.12 | I.B.13 | I.B.14 | I.B.15 |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Taux de réponses | 0.54 | 0.52 | 0.66 | 0.39 | 0.44 | 0.40 | 0.41 | 0.51 | 0.54 | 0.60 | 0.39 | 0.50 | 0.35 | 0.22 | 0.31 | 0.31 | 0.25 | 0.16 | 0.40 | 0.42 | 0.17 | 0.26 |



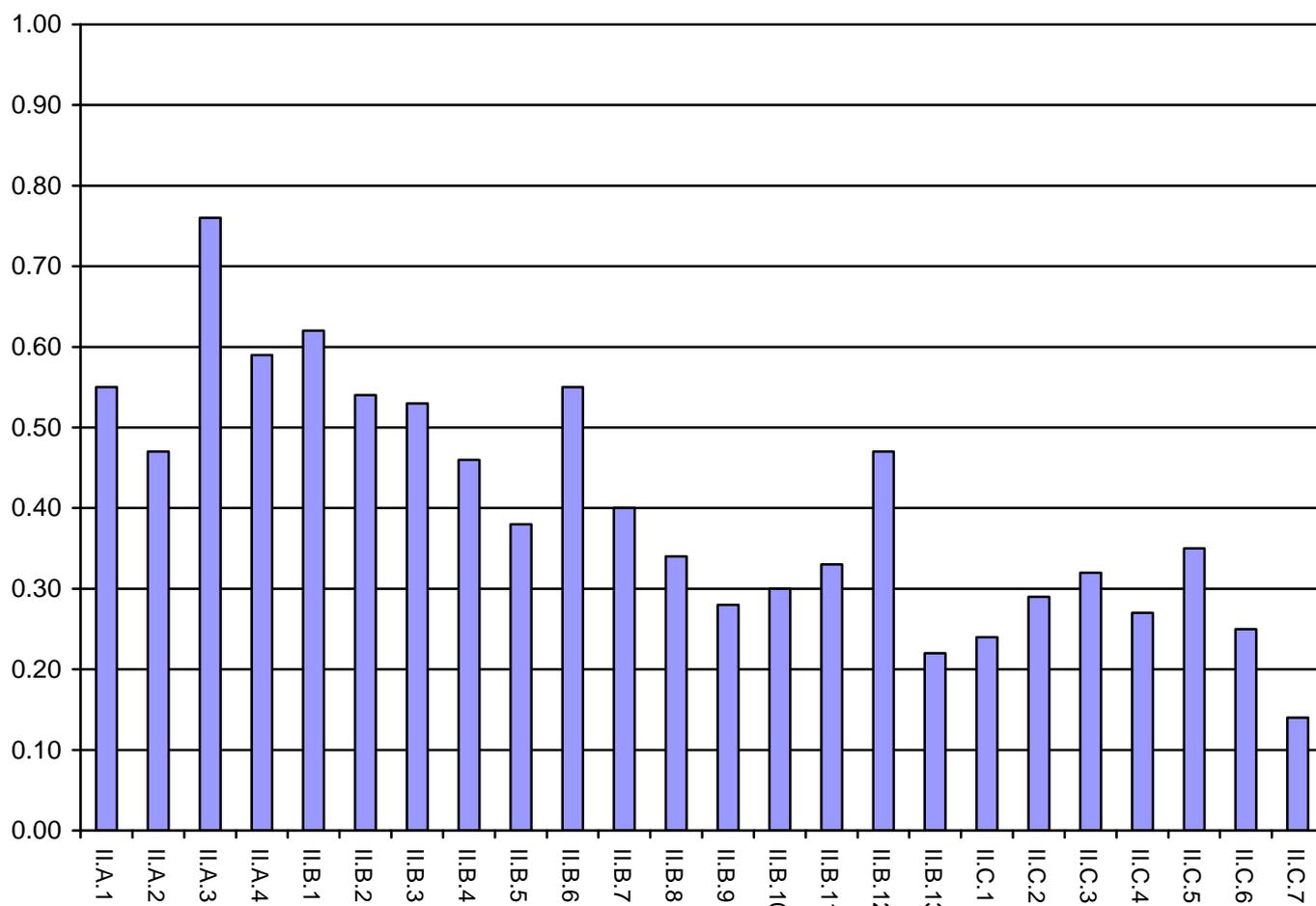
L'acide éthanoïque ne semble vraiment bien connu d'un peu moins de la moitié des candidats.

Son dosage dans le vinaigre est également bien abordé par la moitié des candidats, mais l'exploitation de ce dosage semble générer davantage de réticence.

Quant aux calculs de pH, ils rebutent la majorité des candidats.

EXERCICE 2 : Synthèses organiques.

| question | II.A.1 | II.A.2 | II.A.3 | II.A.4 | II.B.1 | II.B.2 | II.B.3 | II.B.4 | II.B.5 | II.B.6 | II.B.7 | II.B.8 | II.B.9 | II.B.10 | II.B.11 | II.B.12 | II.B.13 | II.C.1 | II.C.2 | II.C.3 | II.C.4 | II.C.5 | II.C.6 | II.C.7 |
|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Taux de réponses | 0.55 | 0.47 | 0.76 | 0.59 | 0.62 | 0.54 | 0.53 | 0.46 | 0.38 | 0.55 | 0.40 | 0.34 | 0.28 | 0.30 | 0.33 | 0.47 | 0.22 | 0.24 | 0.29 | 0.32 | 0.27 | 0.35 | 0.25 | 0.14 |



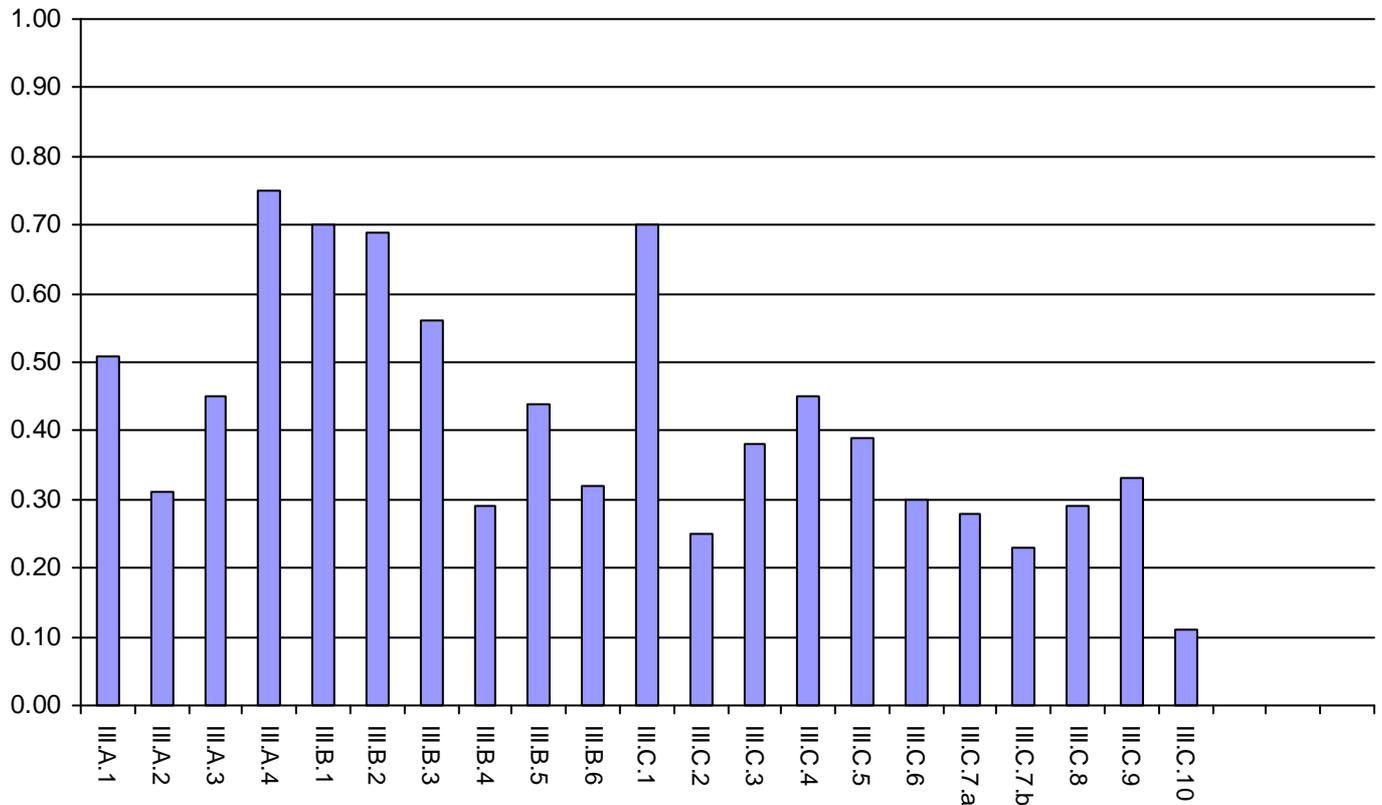
L'ester et sa synthèse semblent inspirer une bonne partie des candidats, mais un peu moins lorsqu'il s'agit de tableau d'avancement, ou lorsqu'il s'agit d'optimiser le recueil de l'ester.

Il est ensuite logique que ceux qui ont renoncé à ces questions n'abordent pas la partie « amélioration du rendement ».

EXERCICE 3 : Repérage de températures.

question III.A.1 III.A.2 III.A.3 III.A.4 III.B.1 III.B.2 III.B.3 III.B.4 III.B.5 III.B.6 III.C.1 III.C.2 III.C.3 III.C.4 III.C.5 III.C.6 III.C.7.a III.C.7.b III.C.8 III.C.9 III.C.10

Taux de réponses 0.51 0.31 0.45 0.75 0.70 0.69 0.56 0.29 0.44 0.32 0.70 0.25 0.38 0.45 0.39 0.30 0.28 0.23 0.29 0.33 0.11



La partie intitulée « **Le thermomètre à liquide** » relevait de la culture scientifique.

Il est réconfortant de constater que nombre de candidats en possèdent.

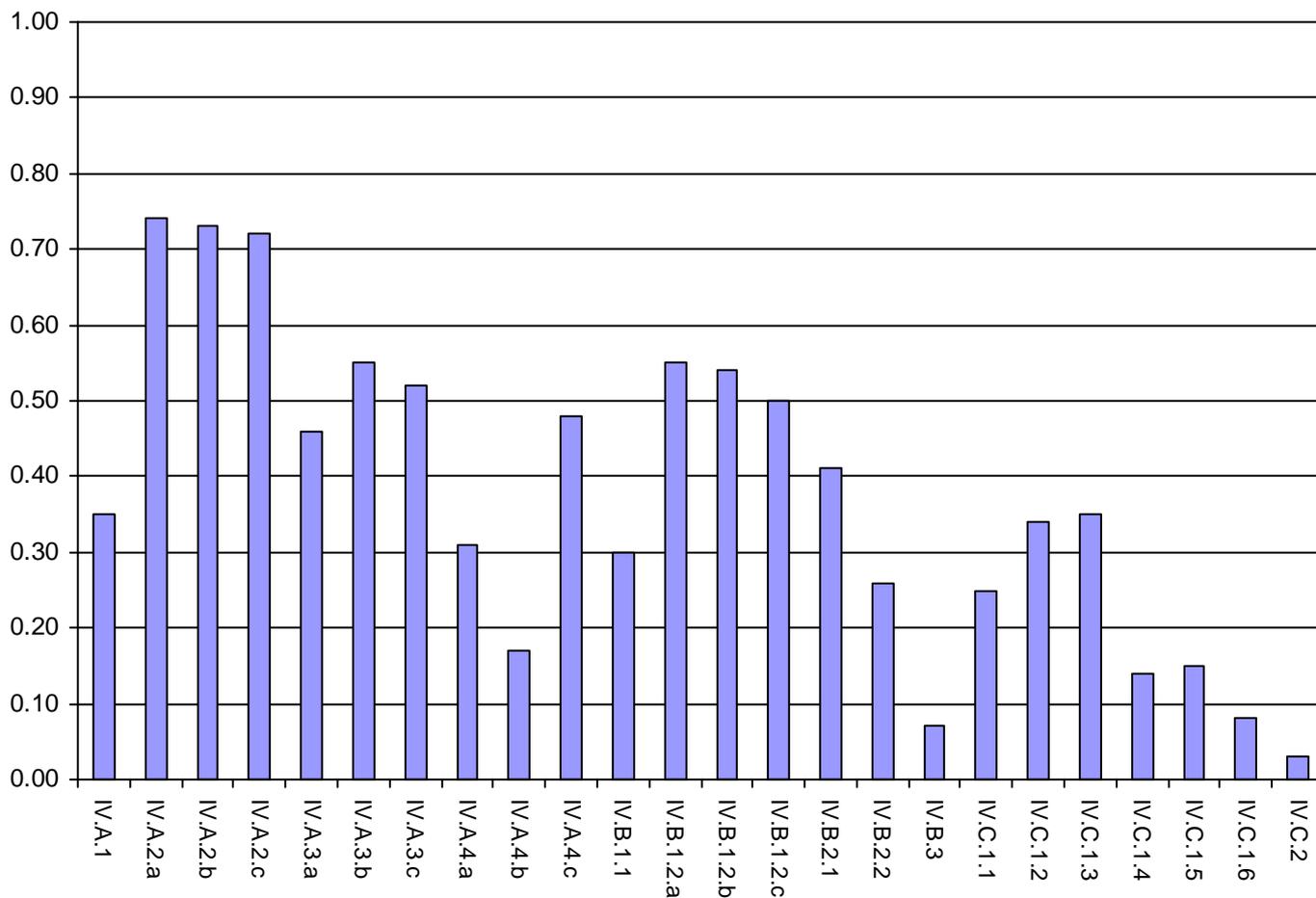
L'étalonnage d'une sonde de platine était abordée par des questions élémentaires, mais l'utilisation rationnelle des appareils de mesure et l'exploitation du modèle linéaire nécessitaient une rigueur qui fait défaut à la plupart.

Les questions d'électricité confinant à l'électronique n'ont pas suscité l'intérêt souhaité.

C'est dommage.

EXERCICE 4 : Lentilles.

| question | Taux de réponses |
|------------|------------------|
| IV.A.1 | 0.350 |
| IV.A.2.a | 0.740 |
| IV.A.2.b | 0.730 |
| IV.A.2.c | 0.720 |
| IV.A.3.a | 0.460 |
| IV.A.3.b | 0.550 |
| IV.A.3.c | 0.520 |
| IV.A.4.a | 0.310 |
| IV.A.4.b | 0.170 |
| IV.A.4.c | 0.480 |
| IV.B.1.1 | 0.300 |
| IV.B.1.2.a | 0.550 |
| IV.B.1.2.b | 0.540 |
| IV.B.1.2.c | 0.500 |
| IV.B.2.1 | 0.410 |
| IV.B.2.2 | 0.260 |
| IV.B.3 | 0.070 |
| IV.C.1.1 | 0.250 |
| IV.C.1.2 | 0.340 |
| IV.C.1.3 | 0.350 |
| IV.C.1.4 | 0.140 |
| IV.C.1.5 | 0.150 |
| IV.C.1.6 | 0.080 |
| IV.C.2 | 0.030 |



On sait mieux tracer des rayons lumineux que calculer la vergence d'une lentille, et Gauss ne connaît pas la célébrité qu'il méritait.

La détermination de la distance focale de la deuxième lentille a été bien réalisée par la moitié des candidats, et c'est encourageant.

Le système afocal réalisé ensuite a rebuté la plus grande partie des candidats.

C'est dommage, car ce n'était pas bien difficile.

Conclusion

L'analyse des résultats montre que les candidats qui obtiennent des notes faibles dans cette épreuve ne connaissent pas les bases de chimie et de physique enseignées dans le secondaire. Nous ne saurions donc trop leur conseiller de consacrer une partie de l'année de préparation à la révision des programmes des lycées.

Le barème tient compte de la clarté et de la qualité du raisonnement.

Les candidats doivent de plus être vigilants à ne négliger ni la présentation de leur copie, ni l'orthographe.

On retrouve dans les très bonnes copies les mêmes qualités : une grande rigueur, un souci de clarté, qui apparaît également dans la présentation, et des connaissances solides.

Le jury espère que toutes ces remarques, ainsi que celles faites dans les rapports précédents, permettront aux futurs candidats de ce concours de mieux le préparer et de mieux le réussir.

5 - ÉPREUVES D'ADMISSION

(ÉPREUVES ORALES)

Chaque candidat a passé les épreuves sur deux jours : l'une l'après-midi du premier jour (en mathématiques ou en physique-chimie), l'autre le matin du second jour (dans l'autre discipline). Un tirage au sort a déterminé pour chaque candidat la discipline de la première épreuve et les sujets de ses épreuves.

Tous les candidats d'une même "série" ont été convoqués le matin du premier jour de leurs épreuves, à 10h, afin de procéder au tirage au sort et de leur apporter des explications utiles sur les épreuves.

Les premiers candidats débutaient le premier jour la préparation à 12h30, le second jour à 07h00.

Un tirage au sort détermine pour chaque candidat l'un des deux schémas d'épreuves suivants :

Schéma A : épreuve sur dossier en sciences physiques (physique ou chimie) et épreuve d'exposé en mathématiques.

Schéma B : épreuve sur dossier en mathématiques et épreuve d'exposé en sciences physiques (physique ou chimie).

Epreuve sur dossier en mathématiques ou en sciences physiques (physique ou chimie).

Le candidat se voit proposer par le jury deux sujets pris dans une liste de sujets publiée au Bulletin officiel de l'éducation nationale. Chacun d'eux fait l'objet d'un dossier qui précise l'étendue du thème, propose des documents et fournit, le cas échéant, des indications sur les outils, les méthodes à exploiter, la partie de programme dans laquelle peut s'insérer le sujet à traiter, des conseils pour une documentation ainsi que, en ce qui concerne les sciences physiques, des suggestions pour un traitement expérimental. Le candidat choisit de traiter l'un des deux sujets proposés. L'épreuve comporte un exposé suivi d'un entretien avec le jury.

En mathématiques, le dossier proposé par le jury comporte des énoncés d'activités destinées à des élèves, pouvant être extraits de manuels scolaires, d'annales d'examens ou d'ouvrages divers de mathématiques. L'épreuve a pour objet l'illustration d'un thème donné, à un niveau de classes de lycée professionnel, par des exercices choisis par le candidat (au moins deux, dont au moins un figurant dans le dossier). Le terme « exercice » est à prendre au sens large. Il peut s'agir d'applications directes d'un cours, d'exemples ou de contre-exemples venant éclairer une méthode, de la mise en oeuvre d'outils et de notions mathématiques dans une autre discipline.

En sciences physiques, l'épreuve prend appui, d'une part sur les documents du dossier, d'autre part sur l'utilisation du matériel scientifique choisi par le candidat parmi les matériels mis à sa disposition sur le site du concours. L'épreuve a pour objet l'illustration d'un thème donné, à un niveau de classes de lycée professionnel, par des exercices choisis par le candidat (au moins deux, dont au moins un à caractère expérimental). Le terme « exercice » est toujours à prendre au sens large. Il peut s'agir d'applications directes du cours, d'exemples ou de contre-exemples venant éclairer une méthode, de l'exploitation dans la situation donnée d'outils ou de notions prises dans d'autres disciplines. Il peut s'agir aussi d'une présentation expérimentale (observation d'un phénomène, illustration d'un principe, vérification d'une loi par une série de mesures).

Durée de la préparation : deux heures ; durée de l'épreuve : une heure maximum (exposé : trente minutes maximum ; entretien : trente minutes maximum) ; coefficient 3.

Epreuve d'exposé en mathématiques ou en sciences physiques (physique ou chimie).

Le sujet à traiter par le candidat est pris dans une liste de sujets publiée au Bulletin officiel de l'éducation nationale. L'épreuve comporte un exposé suivi d'un entretien avec le jury. Précisons qu'il s'agit d'un exposé de connaissances sur le sujet traité et non d'un cours devant une classe fictive.

En mathématiques, l'épreuve doit comporter, au cours de l'exposé ou de l'entretien, la réalisation d'au moins une démonstration.

En sciences physiques, l'exposé doit comporter la réalisation et l'exploitation d'une ou de plusieurs expériences qualitatives et/ou quantitatives, pouvant mettre en oeuvre l'outil informatique éventuellement disponible sur le site de l'épreuve.

Durée de la préparation : deux heures ; durée de l'épreuve : une heure maximum (exposé : trente minutes maximum ; entretien : trente minutes maximum) ; coefficient 3.

Les attentes du jury et les conditions des épreuves orales

Les épreuves d'admission sont destinées à apprécier les compétences scientifiques du candidat ainsi que ses qualités pédagogiques. Celles-ci apparaîtront notamment dans la maîtrise de l'expression orale, la clarté, la progression et l'organisation de l'exposé et du propos, le choix des exemples, la capacité à présenter et interpréter une expérience, ainsi que dans la maîtrise des outils de communication (tableau, rétroprojecteur). Elles peuvent amener le candidat à démontrer notamment : - qu'il connaît les contenus d'enseignement et les programmes de la discipline au lycée professionnel ; - qu'il a réfléchi aux finalités et à l'évolution de la discipline ainsi que sur les relations de celle-ci aux autres disciplines ; - qu'il a réfléchi à la dimension civique de tout enseignement et plus particulièrement de celui des disciplines dans lesquelles il souhaite exercer ; - qu'il a des aptitudes à l'expression orale, à l'analyse, à la synthèse et à la communication ; - qu'il peut faire état de connaissances élémentaires sur l'organisation d'un établissement scolaire du second degré, et notamment d'un lycée professionnel.

Pendant la préparation de ces épreuves, le candidat peut utiliser des ouvrages et des documents de mathématiques, de physique et de chimie de la bibliothèque du concours, ainsi que des textes officiels (notamment les programmes des classes de lycée professionnel) et des matériels scientifiques et informatiques mis à sa disposition sur le site des épreuves. Les ouvrages, documents, calculatrices ou ordinateurs personnels ne sont pas autorisés.

Pour ce qui concerne les sciences physiques, toute maquette, tout dispositif expérimental, tout matériel pouvant être qualifié de personnel n'est pas autorisé. Pendant les épreuves, des calculatrices scientifiques peuvent être empruntées par les candidats à la bibliothèque du concours. De plus, pour la préparation de l'épreuve de sciences physiques (physique ou chimie), le candidat reçoit l'aide logistique du personnel de laboratoire.

Le programme des épreuves du concours de la session 2006, publié au B.O. n°25 du 30 juin 2005, a été reconduit pour la session 2007

Il est reproduit ci-daprès.

PROGRAMMES ANNUELS DES CONCOURS EXTERNES ET INTERNES DU CAPLP ET DES CONCOURS DU CAFEP ET CAER CORRESPONDANTS - SESSION 2006

N.S. n° 2005-094 du 22-6-2005

NOR : MENP0501246N

RLR : 824-d ; 531-7

MEN : DPE A

CONCOURS EXTERNE ET INTERNE

Mathématiques-sciences physiques

Liste des sujets proposés aux candidats lors des épreuves orales-session 2006

Épreuve orale d'exposé en mathématiques (concours externe)

Les candidats sont invités à utiliser la calculatrice autant que possible.

Me1 Sens de variation d'une fonction de \mathbf{R} vers \mathbf{R} :

- définition,
- mise en évidence de différentes méthodes d'étude à l'aide d'exemples appropriés.

Me2 Nombre dérivé d'une fonction de \mathbf{R} vers \mathbf{R} , en un nombre a de son ensemble de définition :

- définition,
- interprétations,
- exemples d'utilisation.

Me3 Fonction dérivée d'une fonction de \mathbf{R} vers \mathbf{R} :

- définition,

- sens de variation d'une fonction dérivable et fonction dérivée,

- exemples.

Me4 Fonction dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient de fonctions dérivables de \mathbf{R} vers \mathbf{R} :

- démonstration des formules,

- exemples d'utilisation.

Me5 Fonction composée de fonctions de \mathbf{R} vers \mathbf{R} :

- définition,

- applications à différentes études : ensemble de définition, sens de variation, ...

- mise en œuvre sur des exemples : fonctions polynômes du second degré, fonctions homographiques, autre(s) exemple(s).

Me6 Forme canonique d'une fonction polynôme du second degré à coefficients réels, définie sur \mathbf{R} :

- définition,

- application à l'étude de ce type de fonctions,

- application à la résolution d'équations et d'inéquations du second degré.

Me7 Racine carrée d'un nombre réel positif :

- définition, propriétés algébriques,

- étude de la fonction qui à x associe \sqrt{x} : sens de variation, représentation graphique, comparaison des fonctions qui à x associent respectivement x , \sqrt{x} , x^2 .

Me8 Bijection d'une partie de \mathbf{R} vers une partie de \mathbf{R} :

- définition, exemples et contre-exemples,

- application réciproque d'une bijection : définition, exemples, propriétés,

- cas des fonctions strictement monotones, continues,

- applications : résolution d'équations, mise en évidence de l'existence d'une application réciproque.

Me9 Fonction logarithme népérien :

- définition, propriétés algébriques,

- étude de la fonction : variation, branches infinies, représentation graphique,

- applications.

Me10 Fonction exponentielle réelle de base e :

- définition, propriétés algébriques, notation e^x ,

- représentation graphique,

- résolution par différentes méthodes de l'équation, d'inconnue réelle x , $e^x - a^x = 0$, où a est un nombre réel donné.

Me11 Sinus d'un nombre réel :

- définition à partir du cercle trigonométrique,

- étude de la fonction sinus,

- exemples de résolution d'équation, d'inconnue réelle x , $\sin x = \lambda$ et d'inéquation, d'inconnue réelle x , $\sin x \leq \lambda$, où λ est un nombre réel donné.

Me12 Fonction définie, pour tout nombre réel t , par $f(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$, où A , ω et φ sont des nombres réels donnés :

- mise en évidence de différentes méthodes d'étude de cette fonction : sens de variation, représentation graphique,

- exemples de situation faisant appel à ce type de fonction.

Me13 Tangente d'un nombre réel :

- interprétation géométrique à l'aide du cercle trigonométrique,

- étude de la fonction tangente,

- exemples de résolution de l'équation, d'inconnue réelle x , $\tan x = \lambda$ et à la résolution de l'inéquation, d'inconnue réelle x , $\tan x \leq \lambda$, où λ est un nombre réel donné.

Me14 Primitives d'une fonction définie et continue sur un intervalle de \mathbf{R} et à valeurs dans \mathbf{R} :

- définition et propriétés,

- exemples de recherche des primitives de fonctions usuelles.

Me15 Intégrale définie :

- définition et propriétés,

- lien entre aire et intégrale : démonstration du résultat dans le cas d'une fonction croissante et positive,

- exemples de calculs d'intégrales.

Me16 Équation différentielle $y' - ay = f$, où a est un nombre réel et f une fonction continue :

- résolution dans le cas où f est la fonction nulle,

- exemples de résolution dans le cas où f n'est pas la fonction nulle,

- résolution dans le cas où une condition initiale est donnée,

- exemple(s) de situation(s) faisant intervenir ce type d'équation.

Me17 Équation différentielle $y'' + \omega^2 y = 0$, où ω est un nombre réel donné :

- résolution,
- exemple(s) de situation(s) faisant intervenir ce type d'équation.

Me18 Systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues dans \mathbf{R} :

- résolution algébrique dans le cas général,
- interprétation géométrique,
- exemple(s) de problème(s) faisant intervenir un tel système.

Me19 Régionnement du plan :

- dans le plan rapporté à un repère cartésien, caractérisation d'un demi-plan par une inéquation,
- exemples de résolution graphique d'un système de deux ou trois inéquations du premier degré à deux inconnues,
- exemple(s) de caractérisation d'une région du plan par un système d'inéquations.

Me20 Barycentre d'un système de n points pondérés, dans le plan ou l'espace :

- définition, propriétés,
- isobarycentre de deux, trois, quatre points,
- exemples d'utilisation.

Me21 Médianes, médiatrices et hauteurs d'un triangle :

- définitions, construction à la règle et au compas, propriétés,
- cas des triangles particuliers,
- droite d'Euler, ...

Me22 Translation dans le plan :

- définition et propriétés,
- image d'une droite, d'autres figures usuelles,
- composée de deux translations.

Me23 Homothétie dans le plan :

- définition et propriétés,
- image d'une droite, d'autres figures usuelles,
- composée de deux homothéties de même centre.

Me24 Symétrie orthogonale par rapport à une droite dans le plan :

- définition et propriétés,
- image d'une droite, d'autres figures usuelles,
- composée de deux symétries orthogonales.

Me25 Rotation dans le plan orienté :

- définition et premières propriétés,
- caractérisation comme composée de deux réflexions,
- image d'une droite, d'autres figures usuelles,
- application à l'étude de configurations.

Me26 Produit scalaire dans le plan :

- définition et propriétés,
- obtention des formules donnant $\cos(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$ et $\sin(a-b)$ en fonction de $\cos a$, $\cos b$, $\sin a$ et $\sin b$, où a et b sont des nombres réels donnés.

Me27 Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, application du produit scalaire à l'étude de problèmes relatifs aux droites :

- recherche d'équations de droites,
- orthogonalité de droites,
- projection orthogonale sur une droite,
- distance d'un point à une droite,
- exemples.

Me28 Le cercle dans le plan euclidien :

- définition et propriétés
- lieu des points M du plan tels que $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0$, où A et B sont deux points fixés distincts,
- positions relatives d'une droite et d'un cercle,
- tangentes à un cercle issues d'un point donné du plan.

Me29 Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle :

- exemples de telles relations,
- utilisation de ces relations.

Me30 Relations métriques et trigonométriques dans le triangle quelconque :

- exemples de telles relations,
- utilisation de ces relations.

Me31 Le cube

- représentation en perspective cavalière,
- patron(s),
- notions de parallélisme et d'orthogonalité dans l'espace : application au cube,
- exemples de sections planes et de calculs de longueurs.

Me32 Pyramides régulières et cônes de révolution

- définitions,
- exemples de patrons,
- calcul de volumes,

- exemples de sections planes,
- cas du tétraèdre régulier.

Me33 Nombres complexes :

- représentation géométrique,
- module et argument : points de vue algébrique et géométrique, propriétés,
- interprétations géométriques de l'addition et de la multiplication de deux nombres complexes, de la conjugaison d'un nombre complexe,
- exemples d'utilisation (calculs de distances et d'angles, lignes de niveaux, ...).

Me34 Équation, d'inconnue complexe z , $z^2 = A$, où A est un nombre complexe donné :

- résolution par différentes méthodes,
- application à la résolution de l'équation, d'inconnue complexe z , $az^2 + bz + c = 0$, où a , b et c sont des nombres complexes donnés.

Me35 Équation, d'inconnue complexe z , $z^n = A$, où A est un nombre complexe et n est un entier naturel non nul donnés :

- résolution,
- exemples d'équation dont la résolution se ramène à celle d'une équation $z^n = A$.
- applications.

Me36 Nombres complexes et transformations géométriques :

- expression complexe d'une translation, d'une homothétie, d'une rotation du plan,
- transformation géométrique associée à l'application définie par $z \mapsto az + b$ (a et b complexes donnés),
- exemples d'utilisation.

Me37 Suites géométriques de nombres complexes :

- définition,
- expression du terme de rang k ,
- calcul de la somme $1 + a + a^2 + \dots + a^n$,
- exemples d'utilisation des suites géométriques ; un exemple au moins mettra en œuvre de telles suites complexes non réelles.

Me38 Différents types de caractères statistiques :

- paramètres de position et de dispersion (moyenne, médiane, écart-type, quartiles, ...) : définitions et propriétés,
- exemples.

Me39 Séries statistiques à deux variables numériques :

- nuage de points associé,
- ajustement affine par la méthode des moindres carrés,
- autre(s) exemple(s) d'ajustement, linéaire(s) ou non.

Me40 Coefficients binomiaux :

- définition,
- propriété,
- formule du binôme,
- applications.

Me41 Probabilité sur un ensemble fini :

- définition et propriétés,
- cas de l'équiprobabilité,
- exemples.

Me42 Variable aléatoire à valeurs réelles dont l'ensemble des valeurs est fini :

- loi de probabilité,
- espérance mathématique,
- variance.

La présentation des différentes notions pourra s'appuyer sur des exemples.

Me43 Schéma de Bernoulli et loi binomiale. Exemples.

Épreuve orale sur dossier en mathématiques (concours externe)

Les candidats sont invités à utiliser la calculatrice autant que possible.

Md1 Sens de variation d'une fonction définie sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs dans \mathbf{R} .

Md2 Nombre dérivé, fonction dérivée d'une fonction définie sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs dans \mathbf{R} .

Md3 Recherche d'extremums d'une fonction définie sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs dans \mathbf{R} .

Md4 Fonction f définie, pour tout nombre réel x positif ou nul, par $f(x) = \sqrt{x}$.

Md5 Fonctions polynômes du troisième degré de \mathbf{R} vers \mathbf{R} , à coefficients réels.

Md6 Équation, d'inconnue réelle x , $f(x) = g(x)$ avec $g(x) = ax + b$, où f est une fonction de \mathbf{R} vers \mathbf{R} , et où a et b sont des nombres réels donnés.

Md7 Fonction logarithme népérien.

Md8 Fonction logarithme décimal.

- Md9** Fonction exponentielle réelle de base e .
- Md10** Fonction sinus.
- Md11** Fonction f définie, pour tout nombre réel t , par $f(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ où A , ω et φ sont des nombres réels donnés.
- Md12** Primitives d'une fonction définie et continue sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs dans \mathbf{R} .
- Md13** Intégrale définie.
- Md14** Inéquation du second degré à une inconnue réelle et à coefficients réels.
- Md15** Caractérisation d'un demi-plan par une inéquation.
- Md16** Équation différentielle $y' - ay = f$, où a est un nombre réel et f est une fonction donnée.
- Md17** Équation différentielle $y'' + \omega^2 y = 0$, où ω est un nombre réel donné.
- Md18** Translation dans le plan.
- Md19** Symétrie orthogonale par rapport à une droite en géométrie plane.
- Md20** Produit scalaire dans le plan.
- Md21** Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, application du produit scalaire à l'étude de problèmes relatifs aux droites et aux cercles.
- Md22** Relations métriques et trigonométriques dans le triangle quelconque.
- Md23** Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle.
- Md24** Équation trigonométrique, d'inconnue réelle x , de la forme $a \cos x + b \sin x = c$, où a , b et c sont des nombres réels donnés.
- Md25** Représentation géométrique des nombres complexes.
- Md26** Caractères de position et de dispersion (moyenne, médiane, écart-type) pour une série statistique à une variable.
- Md27** Médiannes, médiatrices et hauteurs d'un triangle.
- Md28** Géométrie dans l'espace : exemples de solides, repérages, applications du produit scalaire.
- Md29** Sections planes, calcul de distances, d'angles, d'aires ou de volumes dans des solides usuels de l'espace.
- Md30** Ajustements affines pour une série statistique à deux variables.
- Md31** Suites arithmétiques et suites géométriques de nombres réels.
- Md32** Expériences aléatoires, probabilités élémentaires, variables aléatoires réelles.
- Épreuve professionnelle en mathématiques (concours interne)**
- Min1** Sens de variation d'une fonction définie sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs dans \mathbf{R} .
- Min2** Nombre dérivé, fonction dérivée d'une fonction définie sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs dans \mathbf{R} .
- Min3** Recherche d'extremums d'une fonction définie sur un intervalle de \mathbf{R} , à valeurs dans \mathbf{R} .
- Min4** Exemples d'étude (sens de variation et représentation graphique) des fonctions $f+g$ et λf où f et g sont des fonctions de références (affine, carré, cube, inverse, racine, sinus) et λ un réel donné
- Min5** Équation d'inconnue réelle $x, f(x) = g(x)$ avec $g(x) = ax + b$, où f est une fonction de \mathbf{R} vers \mathbf{R} , et où a et b sont des nombres réels donnés.
- Min6** Fonction logarithme népérien.
- Min7** Fonction logarithme décimal.
- Min8** Fonction exponentielle réelle de base e .
- Min9** Fonction sinus.
- Min10** Fonction f définie, pour tout nombre réel t , par $f(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ où A , ω et φ sont des nombres réels donnés.
- Min11** Intégrale définie.
- Min12** Inéquation du second degré à une inconnue réelle et à coefficients réels. Exemples d'étude de situations.
- Min13** Exemples d'étude de situations conduisant à des systèmes linéaires d'inéquations à deux inconnues, à coefficient numériques fixés. Exemples simples de programmation linéaire.
- Min14** Équation différentielle $y' - ay = f$, où a est un nombre réel et f est une fonction donnée.
- Min15** Propriété de Thalès.
- Min16** Vecteurs du plan. Somme de vecteurs, multiplication par un réel.
- Min17** Application du produit scalaire à l'étude de problèmes relatifs au cercle et au calcul de distances et d'angles dans les configurations usuelles du plan.
- Min18** Relations métriques et trigonométriques

dans le triangle quelconque.

Min19 Relations métriques et trigonométriques dans le triangle rectangle.

Min20 Équation trigonométrique, d'inconnue réelle x , de la forme $a \cos x + b \sin x = c$, où a , b et c sont des nombres réels donnés.

Min21 Représentation géométrique des nombres complexes.

Min22 Caractères de position et de dispersion (moyenne, médiane, écart-type) pour une série statistique à une variable.

Min23 Exemples de problèmes où interviennent des droites remarquables du triangle.

Min24 Géométrie dans l'espace : applications du produit scalaire au calcul de distances, d'angles, d'aires ou de volumes dans des solides usuels de l'espace.

Min25 Ajustements affines pour une série statistique à deux variables.

Min26 Suites arithmétiques et suites géométriques de nombres réels.

Min27 Expériences aléatoires, probabilités élémentaires.

Épreuve orale d'exposé en physique ou en chimie (concours externe)

Les sujets suivants seront proposés pour l'épreuve d'exposé du concours externe. (L'exposé doit comporter une illustration expérimentale au moins).

P1 Moment d'une force. Moment d'un couple. Théorème des moments.

P2 Chute des corps : étude théorique dans le vide. Vérification expérimentale dans l'air. Discussion.

P3 Relation fondamentale de la dynamique appliquée à la rotation d'un solide autour d'un axe.

P4 Quantité de mouvement d'un système. Conservation de la quantité de mouvement lors d'un choc.

P5 Propagation d'un mouvement vibratoire sinusoïdal ; célérité ; longueur d'onde. Applications à plusieurs domaines de la physique.

P6 Modèle de l'oscillateur harmonique ; aspect dynamique et énergétique ; vérification de la formule donnant la période.

P7 Ondes stationnaires. Illustration dans un domaine de la physique au choix du candidat.

P8 Relation fondamentale de l'hydrostatique ; étude expérimentale de la poussée d'Archimède.

P9 Transformations thermoélastiques du gaz parfait ; loi de Mariotte.

P10 Réflexion et réfraction de la lumière.

P11 Lentilles minces convergentes et divergentes dans les conditions de Gauss.

P12 Nature ondulatoire de la lumière. Réalisation d'une expérience d'interférences lumineuses. Détermination d'une longueur d'onde.

P13 Lumière et couleur : dispersion de la lumière, synthèses additive et soustractive.

P14 Redressement en régime alternatif monophasé.

P15 Dipôles passifs, dipôles actifs, tracé et exploitations de leurs caractéristiques.

P16 Étude de la diode.

P17 Amplificateur opérationnel.

P18 Réponse d'un circuit R/C à un échelon de tension, étude théorique et expérimentale.

Échelon de tension $t < 0$ $U = 0$ $t > 0$
 $U = E = \text{Constante}$.

P19 Impédance d'un dipôle alimenté en régime sinusoïdal.

P20 Puissances en régimes alternatifs : monophasé et triphasé.

P21 Transformateur monophasé : principe ; étude à vide et en charge. Applications.

P22 Étude de champs magnétiques créés par des courants électriques.

P23 Action d'un champ magnétique sur un conducteur parcouru par un courant.

P24 Phénomène d'induction.

P25 Établissement d'un courant dans un circuit inductif.

C1 Analogies et évolution des propriétés chimiques dans la classification périodique des éléments.

C2 Identification de quelques cations et de quelques anions. Dosage d'un ion excepté (H_3O^+ et OH^-).

C3 Équilibres chimiques.

C4 Ionisation de l'eau. Notion de pH. Mesure de pH.

C5 Chlorure d'hydrogène. Sa dissociation dans l'eau. Caractères de la solution obtenue.

C6 Mise en solution de solides ioniques. Étude de ces solutions.

C7 Couple acide/base au sens de Bronsted. Force d'un couple acide/base. Réalisation d'un dosage.

C8 Solutions tampon.

C9 Comparaison des propriétés d'un acide fort et d'un acide faible.

C10 Piles électrochimiques : définition, application à la classification électrochimique des métaux.

C11 Oxydoréduction : dosage, réalisation, justification des conditions expérimentales. Interprétation.

C12 Corrosion. Interprétation électronique. Protection contre la corrosion.

C13 Précipitation. Produit de solubilité ; dissolution d'un précipité.

C14 Complexes : formation ; stabilité. Dosage complexométrique.

C15 Influence des phénomènes de complexation sur les réactions rédox et de précipitation.

C16 Réaction entre des acides et des métaux.

C17 Électrolyses : réalisation, interprétation.

C18 Catalyse.

C19 Techniques instrumentales d'analyse : dosages conductimétriques.

C20 Isomérisation en chimie organique.

C21 Alcanes : propriétés physiques et chimiques.

C22 Insaturation de la chaîne carbonée. Propriétés chimiques des alcènes.

C23 Réaction entre des halogènes et quelques hydrocarbures.

C24 Polymérisation par polyaddition et par polycondensation. Fabrication de matières plastiques.

C25 Propriétés chimiques des alcools. Notion de groupe fonctionnel en chimie organique.

C26 Aldéhydes et cétones ; étude comparative des propriétés chimiques.

C27 Acides carboxyliques : propriétés.

C28 Estérification. Préparation d'un ester. Propriétés des esters.

C29 Techniques instrumentales d'analyse : spectroscopies visibles, UV, IR.

Épreuve orale sur dossier en physique ou en chimie (concours externe)

Épreuve professionnelle en physique ou en chimie (concours interne)

Les sujets suivants fourniront les thèmes des épreuves sur dossier du concours externe, professionnelle du concours interne.

(Il est demandé aux candidats des concours externe et interne de réaliser devant le jury au moins une activité à caractère expérimental)

1-P Moment d'une force. Moment d'un couple. Théorème des moments.

2-P Dynamique de translation : application à la chute des corps.

3-P Production, propagation et perception des sons.

4-P Oscillations libres d'un oscillateur mécanique.

5-P Pression au sein d'un fluide. Loi fondamentale de l'hydrostatique.

6-P Réflexion et réfraction de la lumière.

7-P Étude des lentilles minces convergentes dans les conditions de Gauss.

8-P Décomposition et recombinaison de la lumière ; synthèses additive et soustractive.

9-P Redressement en régime alternatif monophasé.

10-P Tracé et exploitation des caractéristiques de dipôles (l'un au moins est non linéaire).

11-P Puissances en régimes alternatifs monophasé et triphasé.

12-P Transformateur monophasé.

13-P Régime alternatif triphasé équilibré.

14-P Action d'un champ magnétique sur un conducteur ; principe d'un moteur électrique.

15-P Étude de champs magnétiques créés par des courants électriques.

16-P Lois de l'induction électromagnétique.

17-P Fluides en mouvement.

18-P Photométrie.

1-C Classification périodique des éléments.

2-C Identification d'ions en solution.

3-C pH d'une solution aqueuse.

4-C Mise en solution de solides ioniques. Étude de ces solutions.

5-C Réaction entre un acide fort et une base forte.

6-C Notion de couple acide/base.

7-C Oxydoréduction en solution aqueuse.

8-C Classification électrochimique des métaux.

9-C Corrosion électrochimique. Protection contre la corrosion.

10-C Réaction entre des acides et des métaux.

11-C Exemples d'électrolyses. Applications.

12-C Techniques instrumentales d'analyse : dosages potentiométriques.

13-C Cinétique chimique.

14-C Techniques instrumentales d'analyse : chromatographie.

15-C Molécules du vivant.

16-C Isomérisation en chimie organique.

17-C Alcanes : propriétés physiques et chimiques.

18-C Insaturation de la chaîne carbonée. Propriétés chimiques des alcènes.

19-C Réaction entre des halogènes et quelques hydrocarbures.

20-C Notion de fonction en chimie organique : fonction alcool.

21-C Polymérisation par polyaddition et par polycondensation. Fabrication de matières plastiques.

Pour le ministre de l'éducation nationale,
de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,

Le directeur des personnels enseignants
Pierre-Yves DUWOYE

Commentaires à propos des épreuves orales de mathématiques

Les épreuves d'admission du CAPLP externe sont destinées à apprécier à l'oral les compétences scientifiques et pédagogiques du candidat.

Celles-ci sont évaluées lors de l'épreuve d'exposé ou lors de l'épreuve sur dossier. Les sujets de ces deux épreuves, qui sont de nature différente, sont publiés au BOEN et au Journal Officiel¹ : pour réussir une bonne prestation orale, une réflexion et une préparation préalables, loin de toute improvisation, sont indispensables.

A. Organisation des épreuves

Un tirage au sort détermine, pour chaque candidat, s'il doit présenter l'épreuve dite « d'exposé » ou celle dite « sur dossier ».

Pour chacune le candidat dispose de deux heures de préparation dans une salle où il peut consulter les ouvrages de la bibliothèque du concours². Il dispose également des programmes des classes de lycée professionnel ainsi que de calculatrices (cette année CASIO GRAPH 100+, CASIO Classpad 300, TI 89, VOYAGE 200)³ dotées d'un dispositif de rétroprojection.

Au niveau matériel, le candidat dispose en salle de préparation de papier blanc, de brouillon, de papier carbone, de crayons feutres et de transparents.

L'épreuve d'oral à proprement parler se déroule ensuite en deux phases d'une demi-heure maximum chacune : lors de la première, le candidat présente sa préparation au jury, qui l'écoute sans intervenir ; lors de la deuxième, le candidat répond aux questions du jury. Ces questions peuvent avoir pour objectifs :

- de vérifier sur des exemples simples que le candidat maîtrise bien les différentes notions qu'il a exposées ;
- de jauger la capacité du candidat à expliquer ou ré expliquer de façon différente telle ou telle notion qu'il aura présentée ;
- de tester l'aptitude du candidat à tenir un raisonnement logique en lien avec le thème de l'épreuve ;
- de discuter de la cohérence et/ou de la finalité de l'exposé ;
- de justifier le choix des exercices proposés ;
- de voir si le candidat a réfléchi sur le caractère bivalent de ce concours et s'il a de ce fait des compléments à apporter ;
- d'amener le candidat à proposer, lorsque cela s'y prête, une utilisation pertinente de la calculatrice ou d'un logiciel.

Cette liste n'est pas exhaustive.

Les deux épreuves ne sont pas de même nature, rappelons-en les principes :

1. L'épreuve sur dossier

Deux dossiers au choix sont proposés au candidat⁴. Ce dernier dispose alors des deux heures pour choisir le dossier qu'il retiendra et préparer sa prestation orale. Chaque dossier comporte un intitulé et une série d'énoncés d'exercices en lien avec cet intitulé. Ces énoncés sont tirés d'ouvrages ou de sujets d'épreuves de lycée professionnel.

Il s'agit d'une épreuve à caractère pédagogique, qui a pour but la présentation d'une séance d'enseignement ou bien l'illustration du thème du dossier à différents niveaux du lycée professionnel. Le candidat ne s'adresse

¹ BOEN N°25 du 30-6-2005 et JO N°185 du 10-8-05.

² Voir en annexe une liste non exhaustive des ouvrages de la bibliothèque de mathématiques.

³ Nous remercions ici les sociétés détentrices de ces marques pour le prêt gracieux des différentes calculatrices.

⁴ La liste des thèmes de ces dossiers est publiée au BOEN cité en note 1ci-dessus.

pas au jury comme à une classe fictive, mais doit tenir un discours professionnel. Bien entendu, il doit aussi pouvoir démontrer qu'il maîtrise les contenus mathématiques sous-jacents.

La présentation du candidat doit s'appuyer sur au moins deux exercices, dont l'un au moins est issu du dossier choisi. Les énoncés peuvent être modifiés : en ce cas les modifications devront être argumentées devant le jury.

Le candidat peut aussi proposer d'autres exercices issus des ouvrages de la bibliothèque du concours ou élaborés par lui-même.

Le candidat doit rédiger (en double à l'aide du papier carbone fourni), au cours des deux heures de préparation, sur des feuilles prévues à cet effet, le plan de la séquence qu'il a prévu de présenter. Ce plan peut être par exemple accompagné des commentaires suivants :

- le niveau de la classe choisie pour cette séquence (ou les niveaux des classes choisies pour cette séquence),
- les pré-requis nécessaires,
- la place de la séquence dans l'architecture du programme de la classe concernée,
- le ou les objectifs visés à travers les choix du candidat,
- la progression de la séance avec notamment, pour chacun des exercices retenus, leur(s) objectif(s), les difficultés que pourraient rencontrer les élèves, les différentes méthodes d'obtention de la réponse à une question, l'apport éventuel de l'utilisation d'une calculatrice, tableur ...

Il n'est pas demandé au candidat de rédiger sur ces feuilles la correction des exercices retenus (mais bien entendu le candidat doit savoir les résoudre !).

À l'issue des deux heures de préparation, le candidat :

- remet aux membres du jury le dossier non retenu,
- indique aux membres du jury l'intitulé du dossier retenu, ceux-ci disposant alors également du dossier en question,
- donne aux membres du jury l'original du plan de sa séquence, sachant qu'il peut s'appuyer sur le double de celui-ci durant sa présentation orale,
- expose, lors de la première phase de l'oral, les différents points de sa préparation devant les membres du jury, sans nécessairement corriger chacune des questions des exercices retenus mais en expliquant le choix des exercices, et les raisons éventuelles des modifications apportées (il dispose de tableaux, du matériel de rétroprojection, et d'une calculatrice graphique rétroprojetable),
- répond aux différentes questions des membres du jury durant la seconde phase de l'oral.

2. L'épreuve d'exposé

Un seul sujet est proposé au candidat, qui dispose des deux heures pour préparer sa prestation orale.

Le candidat doit exposer ses connaissances sur le sujet, à un niveau choisi par lui.

Durant sa préparation, le candidat dispose des ouvrages de la bibliothèque.

Le jury attend du candidat au moins une démonstration. Si celle-ci n'est pas exposée durant la première demi-heure, le jury choisira lui-même la démonstration demandée alors au candidat durant la deuxième phase de l'oral.

Contrairement à l'épreuve sur dossier, le candidat n'a pas à préparer ni à rendre sur feuille le plan de son exposé. Seul le quart de feuille sur lequel figure l'intitulé de l'exposé sera à restituer aux membres du jury.

B. Constats et préconisations :

Beaucoup de candidats se sont préparés aux épreuves d'admission et présentent un oral de qualité.

Des efforts en matière de réflexion pédagogique sont notés. Ainsi certains candidats ont développé leur exposé selon une démarche d'investigation à partir d'une situation problème ou d'un fil conducteur. Deux exemples très pertinents de cette démarche peuvent être rapportés : pour le sujet Me 30, à partir de la problématique de détermination du rayon du cercle inscrit en fonction des côtés d'un triangle quelconque, un candidat a présenté les différentes relations métriques qui lui ont permis, en conclusion, de répondre à sa

problématique initiale; pour le sujet Md 5, un candidat est parti d'un exercice du dossier qu'il a modifié en situation problème, sur lequel il a conclu après avoir mis en œuvre d'autres exercices du dossier.

Le candidat doit s'efforcer de parler clairement et distinctement, de manière à être bien entendu dans la salle de classe par le jury, comme un professeur doit être entendu par ses élèves. Il doit aussi s'adresser au jury et non lui tourner le dos en se cantonnant à un face à face avec le tableau.

L'emploi des calculatrices se développe mais n'est pas encore généralisé. Le jury ne peut qu'encourager tous les candidats à réfléchir à leur utilisation, et à leur intégration dans un exposé ou une épreuve sur dossier. Avec leurs fonctions les plus simples elles peuvent constituer un support pédagogique efficace. De nombreux candidats semblent s'en servir pour la préparation, mais hésitent encore à l'utiliser devant le jury : durant leur oral, la calculatrice « dort » sur le coin du bureau.

Qu'il s'agisse de l'épreuve sur dossier ou de l'exposé, il n'est pas inutile ni dévalorisant, bien au contraire, d'illustrer rapidement ses propos par un exemple, une figure ou un simple tracé à main levée. Cependant, pour les sujets réclamant des constructions géométriques précises, trop peu de candidats utilisent les outils de construction à leur disposition.

Notons enfin que les épreuves orales ont pour but de jauger certes les compétences scientifiques du candidat mais aussi sa capacité à communiquer des idées, à transmettre ses connaissances et plus généralement à exercer le métier d'enseignant. Ainsi, le jury peut être amené, dans l'une ou l'autre des épreuves, à demander au candidat de préciser un théorème ou une définition en lien avec le thème traité, même s'il n'est pas spécifiquement au programme de la classe de lycée professionnel à laquelle se réfère le candidat. Un professeur doit en effet avoir du recul sur les notions qu'il enseigne.

La capacité de réactivité et de réflexion du candidat face à un problème ou à une question inattendue, ses qualités d'expression et d'écoute, entrent aussi en ligne de compte pour l'attribution de sa note d'oral.

1. Concernant l'épreuve sur dossier

De façon générale, des progrès significatifs sont à signaler en ce qui concerne l'épreuve sur dossier, dont la finalité est mieux perçue.

Cependant certains candidats, plus rares heureusement, se présentent encore devant le jury avec des présentations confuses ou peu structurées, voire sans connaître la nature de l'épreuve et ce que l'on attend d'eux. Il est alors bien difficile pour eux de défendre leurs chances !

En tout état de cause, cette épreuve au caractère professionnel marqué ne peut être improvisée, et il est nécessaire de s'y préparer même si les exercices des dossiers ne sont pas d'un niveau mathématique très élevé.

Les conseils suivant pourront l'y aider :

- Comme cela a été mentionné plus haut, Il est absolument nécessaire au candidat de réfléchir au caractère pédagogique et professionnel de cette épreuve, et de s'y préparer le mieux possible. **La préparation de cette épreuve doit inclure une lecture attentive du BO n°36 du 6 octobre 2005.**
- Rappelons qu'en aucune façon, l'épreuve ne doit être considérée comme la correction d'une séance d'exercices. Au contraire, le jury attend un choix *argumenté* et *critique* d'exercices, dont l'intérêt et la finalité doivent être bien précisés, chaque exercice s'intégrant dans une progression clairement annoncée.
- Pour autant, Il est bien sûr indispensable d'être capable de résoudre chacune des questions de chaque exercice proposé. Si la résolution complète des exercices n'est pas systématiquement demandée par le jury, une résolution partielle peut être demandée. Il est donc prudent de ne présenter que des exercices que l'on maîtrise parfaitement, et dont on a compris l'utilité.
- Il est recommandé de bien lire chaque question de chaque exercice, et de vérifier qu'elle s'intègre bien dans la progression proposée. Si tel n'est pas le cas, le candidat peut modifier ou supprimer la question, en argumentant.
- Les exercices d'un dossier n'ont pas tous le même statut : exercice d'approche d'une notion, exercice d'application, exercice de synthèse, exercice d'évaluation, Il faut en tenir compte.

- Au cours de l'entretien, le jury peut être amené à vérifier la maîtrise par le candidat des notions abordées, sa capacité à mobiliser des outils mathématiques précis. Par exemple, pour un dossier portant sur la résolution graphique d'équations, le jury peut demander au candidat de justifier rigoureusement l'existence et le nombre des solutions, ou leur valeur.
- Enfin, donnons quelques règles simples mais utiles pour la préparation de l'épreuve de dossier :
 - indiquer à quel endroit se situe chaque exercice dans la progression choisie,
 - préciser s'il s'agit d'un exercice d'approche, d'application, ou de synthèse, d'évaluation,
 - présenter systématiquement sa finalité,
 - souligner les difficultés qu'il pourrait poser aux élèves,
 - justifier éventuellement les modifications qu'on pourrait lui apporter,
 - indiquer, lorsque l'exercice s'y prête, quelle utilisation de la calculatrice on pourrait proposer aux élèves.

2. Concernant l'épreuve d'exposé

Pour cette épreuve le candidat peut traiter le sujet proposé à un niveau secondaire ou universitaire, et dispose d'une marge d'initiative importante. Les hors sujet complets sont relativement rares. Mais, pour n'avoir pas pris le temps de lire et de cerner leur sujet, trop de candidats délimitent mal leur exposé, s'engagent sur des pistes partiellement hors sujet, ou font des généralisations inutiles. Ce n'est pas parce qu'un théorème est dans un livre dans le chapitre concerné qu'il convient nécessairement de le présenter au jury !

Depuis deux ans les candidats disposent des ouvrages de la bibliothèque pour l'épreuve d'exposé. Beaucoup de candidats les utilisent à bon escient et certains exposés sont d'une très grande qualité. Par ailleurs le temps imparti au candidat est aussi plus complètement utilisé.

Le jury appelle toutefois l'attention des candidats sur les points suivants :

- Le jury a parfois eu le sentiment que l'exposé, ambitieux de prime abord, n'était pas maîtrisé sur le fond : la présence des ouvrages en salle de préparation ne dispense certainement pas d'avoir réfléchi au plan de l'exposé et aux contenus présentés. En tout état de cause, le jury vérifie systématiquement à la fin de l'exposé la maîtrise concrète des techniques de base et des applications immédiates.
- Pour aller dans le même sens, on peut recommander aux candidats de s'efforcer de se détacher des notes prises. Il peut y faire appel de temps à autre, mais l'épreuve d'exposé ne consiste pas à les recopier au tableau en tournant le dos aux membres du jury, ou à lire ses transparents.
- La démonstration proposée doit avoir une certaine consistance, et ne pas être trop triviale. Il est important de l'avoir bien comprise pour être capable de la refaire avec un minimum d'aisance devant le jury, en évitant de recourir à ses notes. La présentation de la démonstration sur un transparent est aussi à éviter !
- Il est également important de mentionner le statut des énoncés proposés : on peut choisir de ne pas démontrer un résultat précis mais on doit indiquer clairement dans ce cas qu'il est admis.
- Rappelons enfin une règle simple mais essentielle : il faut lire attentivement l'intitulé du sujet afin d'en cerner les contenus. Par exemple pour l'étude du sens de variation d'une fonction, l'outil dérivée n'est pas toujours indispensable et ne peut être le seul présenté.

C. L'utilisation des TICE :

Les TICE portent sur l'ensemble des techniques de communication : le rétroprojecteur, la calculatrice, l'ordinateur. Une utilisation ou une référence pertinentes à plusieurs d'entre eux enrichit la prestation du candidat. Il convient néanmoins de bien préciser le rôle de l'outil proposé : vérification, illustration, conjecture, ...

Au CAPLP externe les candidats ont la possibilité d'utiliser un rétroprojecteur et des calculatrices performantes (CASIO GRAPH 100 +, CASIO Classpad 300, TI 89, Voyage 200)⁵, dotées d'un dispositif de rétro projection. Chaque année, un nombre plus important de candidats utilisent de façon pertinente ces outils. Rappelons quelques conseils en ce domaine.

⁵ Le jury tient à remercier les sociétés détentrices de ces marques pour le prêt gracieux des différentes calculatrices.

- Le rétroprojecteur peut être utilisé pour faciliter la présentation du plan de l'exposé, des pré requis et des objectifs, ou encore de graphiques ou figures. Il permet un gain de temps et laisse au candidat la possibilité de se concentrer sur les commentaires oraux. Il est cependant déconseillé de présenter intégralement son exposé sur transparent : c'est le choix judicieux de supports variés qui met le mieux en valeur les qualités de communication du candidat.
- La calculatrice scientifique doit être utilisée en vue d'une réelle contribution pédagogique : au-delà des représentations graphiques et des calculs numériques, elle est utile pour émettre une conjecture, vérifier un calcul, simuler une expérience, valider un résultat, résoudre une équation, déterminer les termes d'une suite, etc.

Pour l'utiliser à bon escient, le candidat doit en maîtriser les diverses fonctions et connaître leur champ d'utilisation : les possibilités graphiques permettent par exemple de comparer les courbes, d'en faire apparaître certaines propriétés, d'illustrer la recherche de solutions d'une équation. Les fonctions statistiques, dont l'usage ne saurait s'improviser lors de la préparation, sont quant à elles à utiliser dans les dossiers et exposés concernés. Les logiciels de géométrie intégrés permettent d'illustrer des recherches de lieux de points, de composées de transformations, de droites remarquables

Certaines utilisations très pertinentes des calculatrices ont été rapportées cette année, comme par exemple la visualisation de la droite d'Euler d'un triangle, ou la résolution graphique de l'équation $\ln x = 1$.

Mais l'utilisation de la calculatrice ne peut pas s'improviser le jour de l'examen. Même le recours à des fonctionnalités relativement courantes peut poser des questions auxquelles il faut s'être préparé : rappelons le cas de ce candidat qui, ayant tracé sur sa calculatrice les droites d'équation $y = \frac{3}{4}x$ et $y = -\frac{4}{3}x$, ne savait

pas comment expliquer pourquoi ces droites ne semblaient pas orthogonales à l'écran alors que le produit de leurs coefficients directeurs valait bien -1.

Par ailleurs, l'utilisation de la calculatrice ne dispense pas d'une réelle maîtrise des concepts. Par exemple, pour les élèves, la découverte de certaines fonctions (racine carrée, logarithme,...) peut se faire par l'usage de la touche appropriée de la calculatrice ; l'enseignant, lui, se doit de connaître aussi la définition de chacune d'elles, et, de savoir justifier les propriétés élémentaires autrement que par lecture graphique. De même un tracé de courbe obtenu automatiquement peut permettre de conjecturer les solutions d'une équation ou d'une inéquation ; à certains niveaux de l'enseignement on accepte que l'activité mathématique des élèves se limite à cette conjecture (éventuellement argumentée), mais un futur enseignant doit pouvoir proposer, au moins dans leurs grandes lignes, quelques méthodes de validation de ces conjectures.

En tout état de cause, le jury rappelle que les occasions d'utiliser la calculatrice sont nombreuses et il attend des candidats une exploitation réfléchie dans les domaines suivants :

- calcul numérique (notion de valeur approchée, dichotomie, nombre dérivé, mise en évidence des limites de l'outil, ...)
- calcul algébrique (factorisation, développement, résolution d'équations, ...)
- représentations graphiques diverses (courbes, surfaces, valeurs d'une suite, constructions géométriques, passage d'une courbe à une autre par une transformation géométrique ; influence des coefficients a , b et c dans l'allure de la représentation graphique de la fonction trinôme, ...)
- calcul intégral et différentiel ;
- traitements statistiques (introduction de la notion de fréquence, de moyenne, ...);
- tableurs (histogramme, propriétés de la moyenne, variable aléatoire, convergence de la fréquence ...).

En conclusion l'intégration pertinente de la calculatrice est aujourd'hui essentielle dans l'enseignement des mathématiques. Elle est particulièrement appréciée par le jury.

Les candidats au CAPLP externe ne disposent pas encore d'ordinateurs aux épreuves de mathématiques, néanmoins la référence à l'intégration de logiciels pour présenter des notions est encouragée. Ce sont des

outils qu'un futur enseignant devra mettre en œuvre. Citons par exemple : Geoplanw-Geospacw, Cabri-géomètre, Interesp, SMAO, GeoGebra, ...

D. Autres conseils généraux aux futurs candidats :

Le jury cherche à évaluer l'aptitude des candidats à enseigner en lycée professionnel. Pour cela, il juge leurs connaissances et leurs compétences scientifiques, mais aussi la façon dont elles sont organisées et exprimées. Il appartient aux candidats de faire preuve :

- de dynamisme, de capacité de conviction, d'une certaine aptitude à communiquer,
- de capacité de réflexion, de recul par rapport à une problématique, d'honnêteté intellectuelle,
- de clarté (dans le plan et l'exposé oral), de cohérence et « d'organisation » : dresser un plan clair, structuré, réfléchi ; définir dès le début les objectifs et les pré-requis lors de l'épreuve sur dossier, éviter les redondances, ne pas recopier au tableau le plan déjà présenté sur transparent,
- de maîtrise des connaissances exposées, notamment sur des exemples simples d'application,
- d'autonomie par rapport à ses notes, d'écoute et d'analyse des questions du jury (qui pourraient être celles d'élèves), afin d'y apporter une réponse adaptée,
- d'anticipation des questions que l'on pourrait lui poser, concernant notamment des pistes de démonstration des différentes propriétés énoncées dans l'épreuve d'exposé ou les difficultés possibles des élèves face aux questions des exercices proposés dans l'épreuve sur dossier,
- d'une assez bonne gestion du temps, d'une maîtrise de soi (certains candidats perdent confiance en eux et ne voient pas la perche tendue par le jury sous forme de question),
- d'une réelle capacité à aller chercher l'information dans les ouvrages, à y déceler d'éventuelles erreurs, à analyser l'architecture des programmes,
- d'une capacité à mettre en valeur leur bivalence, tout en restant dans le cadre d'une épreuve de mathématiques.

En guise de conclusion, rappelons qu'un concours se prépare : il convient de réfléchir posément à la nature de chacune des épreuves, et de préparer sérieusement l'intégralité des épreuves d'exposé mais aussi les épreuves sur dossier. Une bonne connaissance de quelques-uns des ouvrages de la bibliothèque du concours dont la liste est donnée en annexe est aussi indispensable.

Annexe

Liste non exhaustive des livres et manuels scolaires de la bibliothèque de mathématiques en 2007

| niveau | Thème | Titre | Editeur | Auteur(s) |
|------------|--------------------------------|--|----------|---|
| Supérieur | Algèbre et géométrie | Algèbre et géométrie pour le CAPLP | Ellipse | Danièle Gérard |
| Supérieur | Analyse | Analyse PCSI-PTSI | Dunod | Jean Marie Monier |
| Supérieur | analyse | analyse 1 | Dunod | Bénichou Boy Pouget |
| Supérieur | Analyse | Analyse PC-PSI-PT | Dunod | Jean Marie Monier |
| Supérieur | Analyse | Fonction d'une variable : cours avec exercices corrigés | Masson | Bernard Calvo |
| Supérieur | Analyse algèbre | analyse algèbre | Dunod | Bénichou Boy Pouget |
| Supérieur | Géométrie | Géométrie (2-7298-9956-1) | Ellipses | Gautier Christian, Colombo Philippe, Koechlin Benoît, Simsol Pierre |
| Supérieur | Géométrie | Géométrie de l'espace et du plan | Hermann | Yvonne et René Sortais |
| Supérieur | Géométrie | Géométrie du triangle | Hermann | Yvonne et René Sortais |
| Supérieur | Probabilités et statistiques | Itinéraires en statistiques et probabilités | Ellipses | H.Carnec, J.M Dagoury, R.Seroux, M.Thomas |
| Supérieur | Probabilités et statistiques | Probabilités et statistiques, cours exercices et problèmes résolus (2-7298-7988-9) | Ellipses | Jacques Istas |
| Supérieur | Probabilités et statistiques | Cours de mathématiques Tome 4, Probabilités et statistiques pour les BTS et IUT | Eyrolles | Louis Gacogne et Gérard Frugier |
| Supérieur | Tous | Dictionnaire des mathématiques | PUF | A.Bouvier, Michel George, F.Le Lionnais |
| Sup +BTS | Statistiques et probabilités | Probabilités, statistiques inférentielles, fiabilité | Ellipses | G.Demengel,P.Bénichou, R.Bénichou, N.Boy, J.P Pouget |
| Secondaire | Analyse | Analyse, cours et exercices | Vuibert | M. Collet, C.Gautier, S.Nicolas, A.Warusfel, P.Attali |
| Secondaire | Géométrie | Géométrie, cours et exercices | Vuibert | M. Collet, C.Gautier, S.Nicolas, A.Warusfel, P.Attali |
| Secondaire | Probabilité | Probabilités, cours et exercices | Vuibert | M. Collet, C.Gautier, S.Nicolas, A.Warusfel, P.Attali |
| BTS | Complexes, calcul diff, suites | BTS industriels du groupement A Tome 1 | Foucher | |
| BTS | Statistiques et probabilités | BTS industriels du groupement A Tome 2 | Foucher | |
| BTS | Tous | spécialités Gp B et C | Nathan | |
| BTS | Tous | tertiaire CGO | Nathan | |
| BTS | Tous | BTS CGO | Foucher | |
| LEGT | Tous | diverses collections CAP, BEP et Bac Pro | | |
| LP | Tous | diverses collections CAP, BEP et Bac Pro | | |

Commentaires à propos des épreuves orales de sciences physiques

A. Rappels sur la nature des deux épreuves orales pour les sciences physiques

Pour les sciences physiques, les candidats sont appelés, à la suite du tirage au sort, à présenter soit une épreuve d'exposé dont le sujet est imposé, soit une épreuve sur dossier, pour laquelle ils ont le choix entre deux thèmes. Les deux épreuves comportent au moins une activité expérimentale chacune.

1) L'épreuve d'exposé

Les candidats présentent un exposé de connaissances sur un sujet figurant parmi la liste publiée chaque année au Bulletin Officiel de l'Education Nationale (BOEN). L'exposé, qui n'est pas une séquence d'enseignement effectuée face à une classe fictive, comporte obligatoirement la réalisation et l'exploitation d'au moins une illustration expérimentale. Il est mené au niveau souhaité par les candidats. Au cours de leur présentation, les candidats doivent faire preuve de leurs connaissances et de leurs compétences, en montrant rigueur scientifique et qualités de présentation.

Le jury évalue notamment les connaissances disciplinaires, la rigueur du plan et de l'expression, la cohérence du développement : objectifs précisément définis, pré-requis éventuels rapidement précisés, progressivité de la démarche.

2) L'épreuve sur dossier

L'épreuve sur dossier est une épreuve à caractère pédagogique. Elle s'appuie sur les programmes de sciences des lycées professionnels (CAP, BEP, Bac pro). Elle repose sur quelques documents -le dossier- proposés par le jury et porte sur l'un des thèmes figurant dans la liste des sujets publiée au même BOEN.

Les candidats précisent de manière succincte le niveau du lycée professionnel auquel ils s'adressent et les pré-requis nécessaires. Ils indiquent les objectifs et les compétences à développer chez les élèves puis identifient la démarche appropriée pour atteindre les objectifs des référentiels, qui sont à leur disposition lors de la préparation. La présentation orale doit illustrer le thème retenu par des exercices et applications et contenir au moins une activité à caractère expérimental. Celle-ci (ou celles-ci) doit(s) s'insérer dans le cadre d'un TP-cours associant les élèves à la découverte des connaissances. Il ne s'agit en aucun cas de délivrer un cours magistral suivi d'une vérification expérimentale. Le dossier proposé doit être considéré comme un exemple (extraits de manuel, protocoles de TP...) sur lequel s'appuyer. Mais il va de soi que les candidats peuvent prendre la distance qu'ils souhaitent par rapport à ce document qui n'est pas un cadre limitatif ni un carcan. Aussi ne doivent-ils pas hésiter à écarter une expérience ou des exercices et applications du dossier et en proposer d'autres s'ils l'estiment souhaitable par rapport aux objectifs qu'il se sont fixés.

Chacune de ces épreuves se déroule en deux parties d'une demi-heure. Elles sont précédées d'une période de préparation de deux heures. Le temps est donc compté et les candidats doivent avoir bien en tête la nature de chacune de ces épreuves. La durée de présentation d'une demi-heure maximale impose la maîtrise de la gestion du temps. Cette première demi-heure est entièrement gérée par les candidats qui ne peuvent être arrêtés par le jury qu'en cas de manipulation mettant en jeu la sécurité. A la fin de leur présentation, les candidats annoncent qu'ils ont terminé (un candidat peut arrêter avant les 30 minutes).

La deuxième partie -l'entretien- d'une durée maximale d'une demi-heure permet au jury de revenir sur la prestation du candidat et de préciser certains éléments de l'exposé au niveau théorique et/ou expérimental. Il doit permettre d'approfondir l'appréciation des connaissances du candidat sur le sujet, de faire justifier les choix opérés lors de la présentation, et, éventuellement, de faire corriger les erreurs apparues au cours de l'épreuve.

Le jury a aussi pour mission d'évaluer les références scientifiques et culturelles des candidats, leur capacité à analyser leurs pratiques, à les remettre en question, voire à les reconsidérer pour suggérer une nouvelle approche. La rigueur du raisonnement, le choix des matériels utilisés, la qualité du protocole, l'ordre de grandeur et la précision des résultats trouvés sont autant de critères d'évaluation. Le jury apprécie aussi la capacité des candidats à se situer dans un contexte plus global, mettant en évidence, par exemple, les prolongements éventuels, ainsi que les applications pratiques et industrielles qui découlent du sujet.

Le jury rappelle aux candidats du concours qu'il leur appartient de préparer l'ensemble des sujets. Tous les sujets figurant dans la liste du BOEN font l'objet du tirage au sort.

B. Commentaires généraux

Les épreuves d'admission permettent au jury d'apprécier les compétences des candidats, notamment leurs compétences scientifiques, et leurs aptitudes à la communication orale. Le terme "compétences scientifiques" est à prendre au sens large. Si les candidats doivent attester de connaissances propres au thème à développer, il est essentiel qu'ils fassent valoir leur capacité à les mobiliser, à les illustrer expérimentalement, à analyser les observations et données recueillies, à apprécier la validité de celles-ci avant de conclure. Mais, les apprentissages ne sont possibles que si le futur professeur est à même de transmettre savoir et savoir-faire. Si toutes les techniques s'acquièrent et se perfectionnent, celles liées à la communication supposent clarté et précision des propos, qualité de l'élocution, de l'expression et de l'argumentation, assurance, conviction, distanciation par rapport aux notes. Ces compétences seront d'autant mieux appréciées que la présentation est structurée, organisée de façon cohérente et progressive, avec un tableau correctement tenu. Quelle que soit l'épreuve, les candidats doivent bien réfléchir aux modalités de présentation : gestion du tableau avec plan clairement énoncé et choix judicieux de ce que l'on y écrit, utilisation de transparents... En bref, la présentation doit être dynamique, attrayante, convaincante et entraîner l'adhésion du public (élève ou jury !).

Le CAPLP est un concours bivalent. Les candidats doivent se présenter avec un niveau honorable en mathématiques et en sciences physiques et chimiques. Ils doivent impérativement maîtriser au minimum les connaissances requises pour enseigner les disciplines correspondantes au niveau du baccalauréat professionnel. Le jury est particulièrement attentif au respect de cette bivalence. Pour la majorité des admis au concours la bivalence est une réalité, certes à des degrés encore variables. Il reste cependant que trop d'admissibles sont loin d'être bivalents. Tous les concours se préparent et le concours du CAPLP n'a, en aucun cas, vocation à fournir un « terrain d'entraînement » à des candidats dont l'objectif unique serait la réussite à un CAPES ou au CPE.

Le jury attire donc, une fois de plus, l'attention des candidats sur la nécessité, pour exercer avec compétence, efficacité et confiance le métier de professeur de lycée professionnel en mathématiques-sciences physiques, d'avoir atteint une culture scientifique suffisante dans l'ensemble des deux domaines, mathématiques et sciences physiques et chimiques. Nul ne peut espérer exercer avec une quelconque autorité ce métier s'il n'atteint ou n'a la capacité d'atteindre cette bivalence. Il serait agréable de constater que des candidats savent faire et font le lien dans les deux domaines disciplinaires -par exemple, un vecteur ne peut avoir deux statuts différents : le vecteur champ magnétique a donc les mêmes caractéristiques (direction ; sens ; valeur ou module) que le vecteur défini en mathématiques- et montrent une réflexion dans le sens d'une cohérence de leur enseignement.

La préparation au concours doit, en particulier, contribuer à combler ces éventuelles lacunes. Il n'est pas admissible de voir des candidats se présenter sans connaître sinon maîtriser des notions aussi élémentaires que, par exemple, la mole ou la différence entre couple acide/base et oxydant/réducteur, ou de laisser apparaître une utilisation très floue du vocabulaire de base (par exemple : élément, atome, ion, dipôle passif, dipôle actif...). Le manque de rigueur et de précision dans l'expression orale et dans le maniement du vocabulaire scientifique n'augure pas en général d'une bonne maîtrise du sujet. Le vocabulaire scientifique est défini avec précision ; lorsqu'il s'agit de concepts de base sur lesquels un savoir ou des savoir-faire seront construits, cela n'est pas dénué d'importance. Donner, rappeler les définitions des concepts-clé de la leçon, et se tenir à ces définitions dans leur utilisation constitue une nécessité incontournable sans laquelle disparaît la cohérence. La lecture approfondie d'ouvrages de l'enseignement secondaire est indispensable, notamment celle d'ouvrages de sciences destinées aux classes de lycée professionnel (CAP, BEP, Baccalauréat Professionnel). Le jury suggère aux candidats non spécialistes en physique et chimie de situer leur exposé à un niveau lycée ou lycée professionnel. L'utilisation, au cours de la préparation de l'épreuve, d'ouvrages du niveau des classes préparatoires ou de la préparation au CAPES n'est donc pas conseillée. La nature des épreuves exige, par ailleurs, que les candidats montrent leur aptitude à la réalisation et à l'interprétation d'une expérience simple. Le jury rappelle que l'on n'improvise pas une expérience de chimie lorsque son dernier contact avec la chimie remonte à la classe de terminale.

Si un nombre plus important de candidats semble s'être informé sur les différentes filières présentes en lycée professionnel, la connaissance des référentiels et des programmes des différentes classes reste souvent très superficielle. Il convient de ne pas confondre lycée professionnel et lycée technologique (les classes de niveau STI ou STL relèvent de l'enseignement technologique et non professionnel). Si le jury peut comprendre que, s'agissant d'un concours externe de recrutement, la majorité des candidats ne sache pas encore réellement ce qu'est (et ce que l'on fait dans) un lycée professionnel, il le regrette. Il ne peut, dans l'idéal, que conseiller aux candidats qui souhaitent s'approprier les pratiques de ces lycées d'y effectuer un stage afin d'apprécier par eux-mêmes le profil des élèves et les démarches pédagogiques d'enseignants confirmés. A défaut, il suggère aux candidats de consacrer quelques heures, au cours de leur préparation et, en tout cas avant les épreuves d'admission, à la découverte du lycée professionnel, de ses enseignements, de leurs formes et de leurs contenus. Une meilleure connaissance préalable des référentiels, de leurs préambules et de leurs commentaires leur permettrait de mieux comprendre les niveaux requis, d'anticiper certaines difficultés probables de compréhension des élèves et, donc, de mieux appréhender les épreuves orales en ciblant de manière plus adéquate leur préparation.

C. Commentaires spécifiques sur les épreuves d'admission de la session

Il faut regretter une fois de plus que la lecture et l'analyse du texte du sujet sélectionné soient parfois effectuées de manière trop rapide et superficielle ; cela entraîne alors la plupart du temps une dispersion de l'exposé, quand ce n'est pas un exposé totalement "hors sujet". Les candidats doivent prendre le temps d'identifier, en lisant le titre, le corps de leur sujet, autour duquel ils construiront leur plan et organiseront leur présentation expérimentale. L'exposé et l'épreuve sur dossier, par ailleurs, ne peuvent pas se réduire à de vagues considérations sur le sujet retenu mais doivent être structurés selon un plan et une progression réfléchi. On ne saurait trop conseiller aux candidats d'illustrer le sujet traité par des expériences, des exemples de la vie courante et des applications dans les domaines industriels. Le jury note que, bien que trente minutes soit une durée très courte, ce temps n'est pas toujours utilisé dans sa totalité. Enfin, il faut conseiller aux candidats de réfléchir, dans la mesure du possible au cours de leur préparation, au questionnement que peut induire la teneur de leur exposé.

Pour un bon nombre de candidats, les qualités d'élocution et de diction sont certaines, la clarté dans les propos parfaitement satisfaisante. Certaines prestations, effectuées avec dynamisme, ont été particulièrement appréciées. Le jury a été sensible au bon niveau de connaissance et de culture scientifique. Il a reconnu de réelles qualités pédagogiques chez les meilleurs candidats (expériences intéressantes, clarté et rigueur dans le raisonnement). Il a aussi noté moins de présentations « bâclées ». Les candidats qui se sont distingués sont dans l'ensemble ceux qui ont su échanger avec le jury et faire passer un message, faisant preuve d'une envie de convaincre, de leur capacité à reprendre un argument, à faire preuve d'esprit critique.

En regard de ces éléments de satisfaction, on trouve aussi des attitudes passives, voire nonchalantes, des expressions fébriles ou hésitantes, un manque de conviction, des voix confidentielles, des affirmations aussitôt remplacées par leurs contraires, ceci plusieurs fois, sans justification. Quel effet ces attitudes produiraient devant une classe ? Le jury est conscient que la tension liée à l'épreuve, joue un rôle déterminant mais un enseignant doit éveiller l'intérêt, le maintenir, convaincre (sans pour autant se transformer en bateleur). Il déplore la difficulté de certains candidats à se détacher de leurs notes. Il va de soi que, sauf utilisation ponctuelle d'un document précis, les manuels utilisés doivent être fermés lorsque commence la présentation. Enfin, il est conseillé de ne présenter au jury que des expériences que l'on est capable de réaliser devant lui et d'interpréter. Des expériences simples et illustratives du sujet traité sont mieux appréciées que des expériences compliquées, mal maîtrisées et mal interprétées. De même, le jury apprécie qu'un candidat se montre capable, au cours des questions, de revenir sur une expérience qui a mal fonctionné et de tenter de donner une explication du problème rencontré.

De nombreux candidats proposent initialement un plan structuré, mais n'y font ensuite plus référence alors que cela permettrait de mieux suivre l'exposé et, parfois, de faire préciser des développements qui n'auraient pas été abordés dans la présentation. L'utilisation à bon escient du rétroprojecteur est, à cet égard, en général efficace et, donc, recommandée.

Trop de candidats exploitent mal un tableau qui devrait être préparé avant l'entrée du jury. Les épreuves d'admission sont des épreuves orales : il est inutile de recopier des phrases entières au tableau ; a fortiori, écrire pendant une demi-heure le dos tourné au jury ne peut pas donner l'impression d'avoir la capacité de faire un cours devant une classe ! En règle générale, les candidats n'attachent pas assez d'importance à la qualité des traces écrites laissées au tableau. Il va de soi que les notations utilisées doivent rester cohérentes mais aussi qu'il faut veiller à ne pas faire disparaître un indice, transformer une écriture littérale de majuscule en minuscule (et réciproquement). La lisibilité du tableau, la compréhension de l'exposé en dépendent fortement. Des élèves en classe y seraient très sensibles. Par ailleurs, il convient, dans la mesure du possible, de ne rien effacer. Une mauvaise gestion du tableau qui oblige les candidats à effacer une grande partie de leur travail implique des choix délicats pour un jury qui souhaite revenir avec des traces écrites, sur tel ou tel point de la présentation.

Il faut ajouter que les candidats doivent éviter de se réfugier derrière des formules. Le jury apprécie plutôt la volonté de donner une explication qualitative des phénomènes. De même, il ne faut en aucun cas essayer de masquer une erreur. Chacun est faillible mais une erreur détectée doit être annoncée, circonscrite, analysée. Elle doit être corrigée aussi rapidement que possible. Reconnaître les limites (momentanées) de sa connaissance est faire preuve d'une honnêteté intellectuelle qui est un fondement essentiel de l'enseignement.

Pour clore ces remarques générales, une maîtrise raisonnable du calcul "mental" que l'on commente à haute voix, pour déterminer un ordre de grandeur, vérifier un calcul, est une compétence attendue et requise chez

un(e) futur(e) enseignant(e). Le jury regrette aussi chez certains candidats une confusion navrante entre chiffres significatifs et chiffres "après la virgule".

Pour l'épreuve d'exposé, le jury tient à préciser aux candidats qu'il est souhaitable de préciser le niveau auquel ils situent leur exposé, *niveau qui peut dépasser celui du lycée professionnel*. L'introduction, synthétique, permet de situer le sujet dans le contexte d'une progression des apprentissages et de proposer un plan cohérent et structuré. Il faut choisir un niveau de présentation et s'y tenir, ce qui est moins risqué que d'avancer de-ci de-là des notions mal maîtrisées d'un niveau trop élevé. S'il est, la plupart du temps, inutile de situer le niveau de l'exposé trop haut en s'exposant au risque de se trouver en difficulté, se placer au niveau le plus élémentaire comporte le risque que tout "flottement" ou faute d'ordre scientifique prenne un relief dommageable.

Trop peu de candidats fournissent les objectifs de leur exposé et ce que les expériences mettent en évidence. Parce que dans le temps limité imparti, il ne peut être question de traiter de manière exhaustive le thème proposé, des choix sont à opérer inévitablement. Il est alors important de conserver une vision globale du thème, de pouvoir justifier la pertinence des choix et ne pas trop privilégier un aspect unique, souvent réducteur.

Enfin, on ne saurait trop souligner que le jury, au cours de l'entretien qui suit l'exposé, ne cherche pas à mettre les candidats en difficulté, mais à s'assurer avant tout de leurs compétences scientifiques, en s'appuyant sur toutes les possibilités qu'offre le thème de l'exposé. Il souhaite notamment faire justifier ou préciser certains éléments tant au niveau théorique qu'expérimental, approfondir ou prolonger certains points du sujet, aborder des points non traités (principe des mesures effectuées, démonstration de propriétés ou de formules énoncées ou utilisées...). Il souhaite enfin constater leurs qualités de répartie, l'aptitude à bien raisonner, même "sous tension", la capacité à mobiliser leur énergie, leur degré d'ouverture vers la réalité extérieure ou historique... Est-il alors utile de souligner l'importance de la qualité des réponses apportées aux questions du jury ?

L'épreuve sur dossier reste souvent mal présentée et nombre de candidats la conçoivent de manière trop proche de –quand il ne la confondent pas avec– l'épreuve d'exposé. La dimension pédagogique, pourtant primordiale, en est trop souvent négligée alors que l'épreuve repose sur la construction d'une séquence à vocation pédagogique, dans le cadre d'une filière et d'un niveau de lycée professionnel, en explorant un sujet sous les angles de l'expérience, du contexte d'un exercice, et des applications. Le jury constate aussi que les référentiels des classes (CAP, BEP et baccalauréats professionnels) sont mal exploités, voire parfois ignorés ; les contenus des enseignements et le niveau adopté ne sont souvent que très approximativement respectés. Il convient de fixer avec précision le niveau et d'énoncer les pré-requis éventuels, en fonction du niveau visé. La séquence présentée s'insérant dans une progression de lycée professionnel, le jury conseille vivement aux candidats de choisir préférentiellement des manuels de sciences pour les lycées professionnels. Cela leur permettra de mieux situer leur intervention et, notamment, les objectifs visés et les compétences à développer chez les élèves. Le jury attend, bien entendu, des candidats qu'ils sachent présenter, comme cela peut d'ailleurs leur être demandé lors de l'entretien, les corrigés des exercices qu'ils ont choisis. Les expériences doivent être menées, encore plus que pour l'épreuve d'exposé, de manière propre, sûre, probante. Il n'est pas inutile d'en écrire les conclusions au tableau *comme on le ferait devant de véritables élèves*.

Enfin, le jury regrette que trop de candidats n'osent pas laisser tomber des parties jugées sans intérêt du dossier et qu'ils se sentent obligés de traiter le dossier dans son intégralité et uniquement celui-ci. Ils se contentent souvent d'une simple interprétation de la trame proposée sans même prendre le détachement ou le recul que permettrait d'apprécier connaissance et maîtrise du thème présenté. Le dossier proposé n'est pas un protocole à tester en présence du jury et ne constitue pas une finalité, mais seulement un support destiné à les aider dans leur préparation. Les documents fournis ne prétendent pas à la perfection, ni à

l'exhaustivité. Ils ne sont pas la panacée pour le thème proposé mais une simple aide. Le jury apprécie les candidats qui savent écarter une expérience ou des exercices et applications du dossier et en proposer d'autres quand ils l'estiment souhaitable par rapport aux objectifs qu'il se sont fixés.

Dans cette épreuve, certains candidats se contentent de dire ce qu'ils feraient avec des élèves sans pour autant réaliser devant le jury la manipulation annoncée, ni résoudre un exercice qu'ils proposeraient. Le jury attend certes du candidat qu'il montre son aptitude à imaginer et adopter une progression pédagogique convenable pour aborder avec des élèves un point particulier du programme, **mais il attend aussi qu'il démontre sa capacité à mener à bien cette progression en réalisant et en interprétant avec justesse une expérience quantitative et en effectuant un exercice (s'il lui reste suffisamment de temps)**. Nous conseillons donc aux candidats de mettre à profit les deux heures de préparation pour réaliser avec soin au moins une manipulation quantitative, et de faire devant le jury quelques nouvelles mesures qu'ils pourront comparer avec celles obtenues en préparation. Introduire une expérience complémentaire est aussi apprécié ; ainsi, à titre d'exemple, si un candidat a effectué avec soin un dosage pH-métrique au cours de sa préparation, il peut devant le jury réaliser un dosage colorimétrique pour retrouver rapidement un ordre de grandeur du volume équivalent.

Le rôle de l'entretien est pour l'essentiel similaire à celui qui suit l'exposé. Le jury est particulièrement sensible au dynamisme, à la clarté et à la force de conviction que les candidats, enseignants potentiels, se doivent de montrer, ces qualités étant, à l'évidence, indispensables pour exercer le métier d'enseignant

En ce qui concerne l'aspect expérimental des épreuves d'admission, le jury rappelle que la réalisation et l'exploitation d'une ou plusieurs expériences pertinentes sont des éléments essentiels. Il apprécie particulièrement les candidats qui montrent par leur choix, leur mise en œuvre et leur exploitation, l'intérêt des expériences présentées. Celles-ci doivent en effet être suffisamment démonstratives, les protocoles retenus rigoureux, méthodiques et reposant sur un choix judicieux des matériels utilisés, notamment pour les matériels destinés à être utilisés par les élèves. Le jury a le regret, à cet égard, de noter chez un nombre important de candidats une grande méconnaissance du matériel expérimental (nom, mode d'utilisation, précautions à prendre, règles de sécurité, ...), notamment en chimie et en électricité. Les candidats doivent, à l'évidence, éviter « l'expérience confidentielle » où ils s'interposent entre le jury et le dispositif, eux seuls pouvant effectuer la lecture des appareils de mesure ! Certes le jury peut se déplacer mais de telles conditions n'engageraient pas des élèves à l'écoute et les résultats ne sauraient alors emporter pas la conviction de la classe. Ajoutons enfin, que s'adressant à des élèves de lycée professionnel, il serait souhaitable de faire une part plus importante aux exemples tirés de la vie courante ou aux applications industrielles.

Les compétences expérimentales sont souvent bien fragiles. Trop de candidats présentent des expériences qui ne paraissent pas maîtrisées et dont l'exploitation est rarement optimisée. Certaines manipulations sont parfois trop longues pour être terminées dans la durée de l'épreuve ! Faut-il dire que les candidats doivent, dans toute la mesure du possible, avoir effectivement réalisé les expériences qu'ils veulent présenter au cours de leur préparation et construit un tableau de valeurs qui pourra être confronté aux quelques mesures effectuées en présence du jury, jury qui ressent toujours très mal des expérimentations bâclées, inadaptées ou non exploitées ? Présenter une schématisation des expériences, par exemple, ou effectuer réellement, en électricité, les câblages devant le jury sont des conduites attendues. Les candidats se doivent de travailler ces compétences expérimentales pour maîtriser, au minimum, celles attendues des élèves.

Quelle que soit l'épreuve une bonne réflexion préalable sur les conditions opératoires peut éviter la surprise de découvrir devant le jury qu'une expérience proposée dans un livre ne donne pas les résultats attendus. Les candidats doivent, à tout prix, éviter les affirmations ne correspondant pas à la réalité de l'expérimentation :

"nous devrions obtenir..." alors que l'on constate un résultat différent sinon opposé. Le jury n'attend pas que l'on discute d'un résultat escompté ou espéré alors même que l'expérience donne un résultat différent. Il convient au contraire de relever la difficulté, le paradoxe. Les candidats doivent analyser les différentes étapes de leur protocole expérimental pour comprendre la (ou les!) source(s) d'erreurs. Les « sacro-saintes incertitudes de mesure » ou la précision des appareils de mesure n'expliquent pas tous les problèmes expérimentaux. Ainsi, il n'est guère judicieux d'évoquer les incertitudes de mesure et la précision pour expliquer que le pH mètre indique 1,8 pour une solution d'acide chlorhydrique à $0,1 \text{ mol.L}^{-1}$, quand la sonde pH métrique vient juste auparavant de séjourner dans une solution basique de $\text{pH}=12$!

L'outil informatique reste encore trop peu utilisé pour exploiter les mesures relevées, leur présentation graphique, voire la comparaison avec les résultats théoriques. L'ordinateur devrait pourtant être considéré comme l'un des éléments constitutifs de « la boîte à outils » de l'enseignant de sciences. Le jury est cependant conscient que le temps imparti pour la préparation ne permet guère de prendre en main un outil informatique si on ne le connaît pas au préalable.

Il est par ailleurs impératif que les candidats sachent apprécier avec discernement, notamment en chimie, le danger des produits qu'ils manipulent et ceux qu'ils feraient manipuler aux élèves. La sécurité, bien que présente dans les propos, ne l'est pas toujours dans les faits. Mais, en chimie, il semble que l'utilisation des précautions (gants, lunettes, hotte) soit systématique sans réelle réflexion sur la nécessité de leur emploi. Un excès de zèle est noté dans certains cas : manipulations sous la hotte avec gants et lunettes pour précipiter des ions chlorures et des ions argents, par exemple. Inversement certains candidats ne prennent pas conscience des risques encourus dans la manipulation de certains produits.

CONCLUSION

Le jury de la session 2007 ne peut que réaffirmer ses conclusions de 2006. Il a suivi de très belles présentations et a la conviction que les candidats admis, qu'il félicite, feront d'excellents collègues capables de dispenser avec maîtrise un enseignement bivalent de qualité, notamment en section de baccalauréat professionnel. Le jury est, et restera à l'avenir, particulièrement attentif à cette bivalence. Même si des progrès peuvent être constatés, trop de candidats encore ne réalisent des prestations de qualité que dans un seul des deux domaines ; le jury les incite à une préparation sérieuse dans la partie qu'ils maîtrisent le moins bien. Il encourage les candidats non admis lors de la session à se représenter et les nouveaux candidats à préparer sérieusement les épreuves tant écrites qu'orales, en tenant compte de leur spécificité. Cette préparation peut s'effectuer soit individuellement, soit avec un Institut universitaire de formation des maîtres (IUFM) ou le Centre national d'enseignement à distance (CNED). Les remarques qui viennent d'être développées doivent aider les candidats et les formateurs à mieux préparer les épreuves. Le jury rappelle avec force qu'une préparation sérieuse et approfondie à **chacune** des épreuves, est une condition souhaitable sinon nécessaire pour la réussite au concours. Elle permet surtout d'envisager l'exercice serein et efficace du métier dans le cadre du lycée professionnel à l'issue du stage probatoire qui suit leur admission au concours.